La localización óptima de la unidad económica de producción

ANDRES SANTIAGO SUAREZ SUAREZ

"No, la tarea verdadera del economista no es explicar la mísera realidad sino mejorarla. La cuestión de la mejor localización es mucho más digna que la determinación de la localización efectiva."

(AUGUST LÖSCH.)

1. INTRODUCCION Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el beneficio de la empresa —que es igual a la diferencia entre ingresos y costes— inciden múltiples variables: el precio y la calidad de los inputs y de los outputs, la tecnología —o función de producción—, según la cual los factores productivos se transforman en productos terminados, la imagen y el poder de monopolio de la empresa, la buena o mala organización, etc. Por otra parte, dado que el espacio económico no es homogéneo y el mayor o menor beneficio de la empresa depende del lugar en que ésta se encuentra ubicada, la localización es también un importante factor a tener en cuenta.

La unidad económica de producción rara vez tiene que localizarse en un lugar determinado; sin embargo, restricciones de tipo técnico o consideraciones de otro tipo acotan nuestro campo de elección. El problema se reduce a la elección entre las posibles localizaciones de aquella que proporcione el mayor beneficio. La resolución de este interesante problema ha dado origen a la teoría de la localización, que constituye el objeto del presente trabajo.

El saber "dónde" debe localizarse una actividad económica, cuando la localización de otras actividades económicas ya viene dada, constituye el punto de partida de la teoría de la localización. Estamos de acuerdo con Martin Beckmann (1) en que "la teoría de la localización es también el

(1) BECKMANN, Martin: *Location Theory*. Random House, Nueva York, 1968, página 3.

estudio de los efectos del espacio sobre la organización de la actividad económica", y en que el espacio penetra en las relaciones económicas de dos formas:

a) Costes originados por el desplazamiento de factores o de productos.

b) Efectos de las actividades económicas sobre otras adyacentes: efectos de vecindad o economías de aglomeración.

Si bien es cierto que la actividad económica se desarrolla en el tiempo y en el espacio, a esta última magnitud los economistas han prestado muy poca atención. A las economías de aglomeración se les ha venido considerando como una distorsión en el suave mecanismo de elección locacional a través del mercado. Sin embargo, el libre juego de las fuerzas del mercado es incapaz de contener los fenómenos de acumulación y concentración de la actividad económica que se suceden en ciertas áreas geográficas. Por otra parte, la competencia creciente entre las empresas, tanto a nivel nacional como internacional, ha obligado a los empresarios a racionalizar al máximo. Todo ello es lo que justifica el interés actual por la teoría de la localización, que constituye la base de la planificación regional y urbana.

El gran economista Alfred Marshall afirmaba en sus "Principios de Economía" que las relaciones económicas dependen del tiempo y del espacio, pero consideraba que la influencia del tiempo es mucho más fundamental que la del espacio. "Así se expresó Marshall, en línea con la tradición anglosajona, y durante casi medio siglo los economistas británicos han seguido fielmente su afirmación. Los teóricos de hoy están preocupados principalmente por la introducción del elemento tiempo en sus análisis, y abunda la literatura con modelos de naturaleza dinámica. Pero, ¿quién puede negar el aspecto espacial del desarrollo económico, y qué todo proceso económico se da tanto en el espacio como en el tiempo? En realidad, ambos elementos, tiempo y espacio, deben ser considerados como de vital importancia en cualquier teoría económica" (2).

El iniciador de la teoría de la localización ha sido sin duda Johann Heinrich von Thünen (3). En su obra "La ciudad aislada" desarrolla toda una teoría de localización de las actividades agrícolas alrededor de un núcleo de población o centro de consumo "aislado" en función del coste de transporte y del alquiler por el uso del suelo agrícola según los dife-

(2) ISARD, Walter: *Location and Space-Economy.* The M. I. T. Press, Cambridge, Massachusetts, 1956, pág. 24.

(3) Von THÜNEN, Johann Heinrich: *Der isolierte Staat in Beziehung auf Landwirtschaft un National-Okonomie.* Hamburgo, 1826.

rentes tipos de cultivo. En virtud de los supuestos establecidos por dicho autor las distintas actividades económicas se distribuyen en "anillos" o zonas anulares en torno al centro consumo. Ha sido von Thünen un agricultor muy práctico que cultivó sus propias tierras del Norte de Alemania, al mismo tiempo que ha sido un gran pensador y un gran teórico de la economía, y al cual consideraba Joseph A. Schumpeter tan importante o más que David Ricardo desde el punto de vista de la historia del análisis económico [ver 4].

La obra Alfred Weber (5) supone un avance extraordinario en teoría de la localización. A partir de entonces parecía que esta teoría iba a desarrollarse rápidamente. Estudia Weber el problema de la localización óptima de una empresa que utiliza dos materias primas diferentes y elabora un solo producto, tanto las dos fuentes de las materias primas como el lugar de venta del producto se hallan ubicados en diferentes puntos geográficos. Estos tres puntos constituyen los vértices del denominado "triángulo de Weber" y el cual muestra que la localización óptima estará en aquel punto interior del triángulo que minimiza la suma de las distancias ponderadas por los pesos a transportar a lo largo de ellas. Para encontrar dicha localización óptima utiliza Weber tres procedimientos, a saber: *a*) El teorema del ángulo exterior; *b*) El modelo mecánico; *c*) La técnica de los "isodapanos". La obtención de la solución óptima utilizando el teorema del ángulo exterior fue encontrada por primera vez por Wilhelm Launhard, en 1882, y fue redescubierta, una generación más tarde, por Alfred Weber [ver (6)].

La obra de August Lösch, ya citada, sobre "teoría económica espacial", y que fue publicada originalmente en idioma alemán en 1940, supone una importante contribución al análisis económico espacial; estudia la localización óptima en términos de interdependencia espacial, generaliza el problema de Weber considerando varios inputs y varios outputs, incluye la maximización del beneficio como criterio de optimización, etc. La obra de Edgar Hoover (7) es interesante por su sistemática clara y sencilla y porque ordena las ideas de sus predecesores.

(4) SCHUMPETER, Joseph Alois: *Historia del Análisis Económico.* Ariel, Barcelona, 1971, págs. 524-525.

(5) WEBER, Alfred: *Theory of Location of Industries.* Chicago University Press, 1928 (traducción de la obra original en lengua alemana: *Über den Standort den Industrien,* Verlag Mohr, Tübingen, 1909).

(6) LÖSCH, August: *Teoría Económica Espacial.* El Ateneo, Buenos Aires, 1957, página 19.

(7) HOOVER, Edgar: *The Location of Economic Activity.* Mc Graw Hill, Nueva York, 1948 (existe una traducción al castellano del F. C. E. y otra al francés de "Les éditions ouvrieres").

La obra de Walter Isard, ya citada también, supone una aportación muy importante a la teoría de la localización. Según este autor, el beneficio de la empresa es función de los outputs, de los inputs y de los transportes a efectuar, que se consideran como inputs. La maximización de esta función nos permitirá obtener la cantidad a producir de cada output, la cantidad a utilizar de cada input y la localización óptima. Sin embargo, este planteamiento tan general resulta inaplicable y por ello Isard centra su atención en casos particulares, concretamente en el problema de Weber, al que pretende generalizar bajo diferentes supuestos.

Poco después de la publicación de la obra de Walter Isard, en 1956, fue cuando se comenzó a aplicar la investigación operativa en teoría de la localización, lo que está suponiendo un notable y prometedor progreso en este campo. Más adelante nos referiremos también a algunas de estas aportaciones.

La existencia de costes de transporte origina la necesidad de economizar espacio, con la finalidad de mantener unas distancias tolerables. Aunque el espacio fuera gratuito se producirían concentraciones de la actividad económica para ahorrar costes de transporte. Y, por el contrario, aun cuando el transporte fuera gratiuto habría también concentraciones debido a las economías de aglomeración. "La consideración explícita de estos efectos del espacio, no cambia, por supuesto, los básicos resultados de la teoría económica general; esto le añade una adicional estructura" (8).

La localización óptima de la unidad económica de producción viene determinada por diferentes "factores locacionales". Siguiendo a Fernández Pirla (9), los más importantes son:

a) El mercado de venta del producto o productos terminados.

b) El mercado de abastecimiento de materias primas, mano de obra, energía, etc.

c) Las facilidades y coste del transporte

d) La calidad y el coste del terreno.

e) La posibilidad de obtención del capital.

f) Factores de tipo jurídico y social.

g) Las características del medio ambiente. Así, muchas empresas se localizan en grandes áreas industriales con la finalidad de obtener una serie de economías externas.

(8) BECKMANN, Martin: *Ob. cit.*, pág. 3.
(9) FERNÁNDEZ PIRLA, José María: *Economía y gestión de la empresa*. ICE, Madrid, 1970, págs. 134-135.

El peso relativo de cada uno de estos "factores locacionales" es diferente en cada situación concreta.

En la producción de muchos bienes la materia prima pesa mucho más que el producto terminado; pensemos, por ejemplo, en la producción de hierro que requiere varias toneladas de mineral y de carbón por cada tonelada de producto terminado. En estos casos se dice que las actividades económicas o industrias correspondientes están orientadas hacia la materia prima.

En otras industrias el producto terminado pesa más que la materia prima. Este extraño fenómeno, como bien dice W. Alonso (10), se presenta con bastante frecuencia y puede ser debido a dos motivos diferentes: *a*) El coste de transporte del producto terminado puede ser muy elevado debido a su fragilidad, a cuidados especiales que requiere, etc., lo cual hace que el "peso ideal" del producto sea muy grande; *b*) El producto utiliza una materia prima no escasa que se puede obtener en cualquier parte y no necesita ser transportada, por ejemplo, la fabricación de gaseosa que requiere gran cantidad de agua natural. En estos casos se dice que las industrias están orientadas hacia el producto o hacia el mercado.

En aquellas industrias en las que los costes de transporte tienen mucha importancia se dice que están orientadas hacia el transporte.

Hay industrias, como la textil, en las que la mano de obra abundante y barata es un factor locacional muy importante; en estos casos se dice que las industrias están orientadas hacia la mano de obra.

La calidad de un cierto input puede ser un factor locacional muy importante; por ejemplo, la industria del whisky cuya calidad depende en gran medida de las características del agua utilizada. En tales casos las industrias están orientadas hacia la calidad de determinados inputs.

Modernamente existen muchas industrias que requieren abundante mano de obra altamente cualificada, por ejemplo, la electrónica. Estas industrias deben localizarse en lugares agradables y lo suficientemente atractivos para que el personal se encuentre a gusto; están, pues, orientadas hacia las "distracciones".

Aquellas industrias que no están demasiado vinculadas a una determinada orientación se denominan "libres" o "andariegas".

En definitiva, la localización óptima de la unidad económica de producción será en aquel lugar geográfico en que sus beneficios sean mayores.

(10) ALONSO, William: "Teoría de la localización", en *Análisis regional.* Tecnos, Madrid, 1972, pág. 323.

Si no existieran costes de transporte, el problema podríamos resumirlo en el siguiente esquema:

PRECIO DEL "INPUT"	PRECIO DEL "OUTPUT"	
	Sí varía	No varía
No varía	Localización indiferente.	Localización en donde se alcance el máximo ingreso.
Sí varía	Localización en donde se alcance el mínimo coste.	Localización en donde se alcance el máximo beneficio.

FIG. 1.

2. LA MEDIANA Y LA LOCALIZACION OPTIMA

En una colección de datos ordenados la mediana es aquel valor que ocupa el lugar central de la serie; es decir, aquel valor de la serie que deja igual número de valores a la derecha que a la izquierda. Cuando la serie consta de un número par de términos se conviene en tomar como mediana la media aritmética de los dos valores centrales.

La suma de las desviaciones en valor absoluto de los términos de la serie con relación a un número fijo M se hace mínima cuando dicho número coincide con la mediana [ver (11)]. Esta curiosa propiedad de la mediana es de gran utilidad en teoría de la localización, pues cuando se trata de redes de transporte lineales (carreteras, ferrocarriles, etc.) nos permite determinar la localización que minimiza los costes de distribución con extremada sencillez.

Sea una carretera que a lo largo de la cual existen siete núcleos de población (de *A* a *G*) de tamaño similar. Las distancias entre ambos poblados las recogemos en el siguiente esquema:

(11) *Estadística descriptiva.* I. N. E., Madrid, 1961, pág. 61.

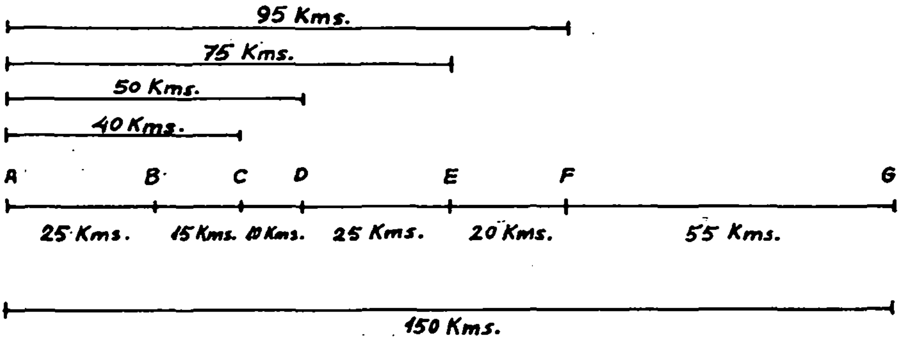

FIG. 2

Se quiere instalar una factoría que elabore un determinado fertilizante que es consumido en cantidades similares por los siete pueblos, el cual va a ser distribuido a domicilio por la nueva fábrica. Los costes de transporte son proporcionales a la distancia y los inputs necesarios para la producción se pueden encontrar en cualquier lugar. ¿En dónde debe localizarse la factoría para que los costes totales de distribución sean mínimos?

Dado que los costes de transporte los suponemos proporcionales a la distanción, la localización que minimiza los costes de distribución es aquélla que minimiza la distancia a recorrer, y estará, en virtud de la propiedad de la mediana ya enunciada, en la villa D. Puede comprobarse que cualquier otra localización originaría un recorrido mayor.

Cuando el consumo de los diferentes núcleos de población es desigual, sobre todo si es muy desigual, no es aplicable el principio de la localización en la ciudad mediana. Pues, como dice William Alonso (12), "la mediana de la distribución de clientes tiende a estar en las grandes ciudades, constituyendo una de las razones por la que las grandes ciudades tienden a crecer cada vez más".

3. LA LOCALIZACION OPTIMA EN EL CASO DE UN SOLO INPUT Y DE UN SOLO OUTPUT

Cuando la unidad económica de producción utiliza un solo input (materia prima) que se encuentra disponible en el lugar O y elabora un único producto que vende en el lugar D, y en el supuesto de homogeneidad es-

(12) ALONSO, William: *Ob. cit.*, pág. 306.

pacial, la localización óptima debe encontrarse sobre la recta que une los puntos 0 y D.

Llamando:

L : Distancia en kilómetros entre O y D.

m_2: Número de toneladas de output.

m_1: Número de toneladas de input que se necesitan para obtener m_2 toneladas de producto.

t_1 : Coste de transportar una tonelada de input a lo largo de un kilómetro.

t_2 : Coste de transportar una tonelada de output a lo largo de un kilómetro.

x : Variable distancia.

El problema puede resumirse en el siguiente esquema:

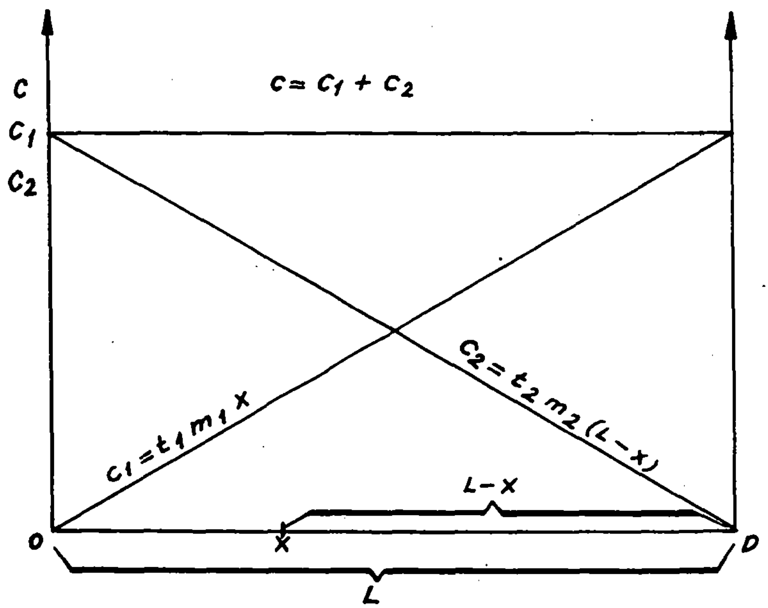

FIG. 3

en donde

C_1: Coste total de transporte de las materias primas.

C_2: Coste total de transporte del producto.

Tres casos pueden darse:

a) Cuando $t_1 m_1 > t_2 m_2$, la localización óptima será en O (mínimo de los costes totales).

b) Cuando $t_1 m_1 < t_2 m_2$, la localización óptima será en D.

c) Cuando $t_1 m_1 = t_2 m_2$, cualquier punto de la recta OD es igualmente óptimo.

Cuando la tarifa de transporte es igual para el input que para el output ($t_1 = t_2$), la comparación se hará sólo entre m_1 y m_2. La relación por cociente entre ambos términos constituye el llamado índice material de Weber, es decir:

$$I = \frac{m_1}{m_2} \qquad [3.1]$$

Si $I > 1$: La materia prima pesa más que el producto terminado y la localización óptima será en O.

Si $I < 1$: El producto terminado pesa más que la materia prima y la localización óptima será en D.

Si $I = 1$: Localización indiferente a lo largo de la recta OD.

Cuando las curvas de costes totales C_1 y C_2 no se comportan en forma lineal, la curva suma C puede presentar un mínimo entre los puntos O y D y la abscisa correspondiente a ese mínimo nos determina el punto de localización óptima. Cuando existen costes fijos (carga y descarga, por ejemplo) dichas curvas arrancarán con una determinada ordenada en el origen.

4. LA LOCALIZACION OPTIMA EN EL CASO DE VARIOS INPUTS

4.1. *El problema de Weber*

Weber estudió el caso de una empresa que utiliza dos materias primas diferentes y elabora un solo producto. Tanto las fuentes de las materias primas como el lugar de venta del producto terminado se encuentran situados en distintos lugares geográficos. La tarifa de transporte es la misma para cualquier tipo de bien y para cualquier punto de localización.

Utilizando los símbolos:

m_A: Número de unidades de la materia prima A que se necesitan para obtener una unidad output.

m_B: Número de unidades de la materia prima B que se necesitan para obtener una unidad de output.

r_A : Distancia entre la fuente de la materia prima A y el lugar L en que va a ubicarse la unidad económica de producción (incógnita del problema).

r_B : Distancia entre la fuente de la materia prima B y el lugar de producción L.

r_C : Distancia entre el lugar de producción L y el lugar de venta C.

El problema consiste en minimizar el coste de transporte por unidad de output:

$$F = m_A r_A + m_B r_B + 1 r_C \qquad [4.1.1]$$

En la figura [4] siguiente se sintetiza este problema, el cual consiste en buscar el lugar L que haga mínima la función [4.1.1.].

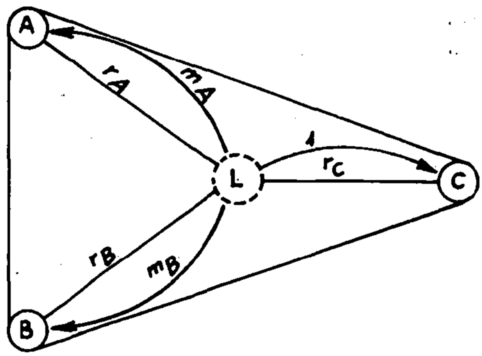

FIG. 4

El punto L estará en el interior del triángulo definido por los vértices A, B y C, el cual es conocido en la literatura económica sobre localización con el nombre de "triángulo de Weber".

Refiriendo la figura anterior a un sistema de ejes de coordenadas, y llamando (x_i, y_i) a las coordenadas del punto i (en donde i = A, B, C, L), tenemos que:

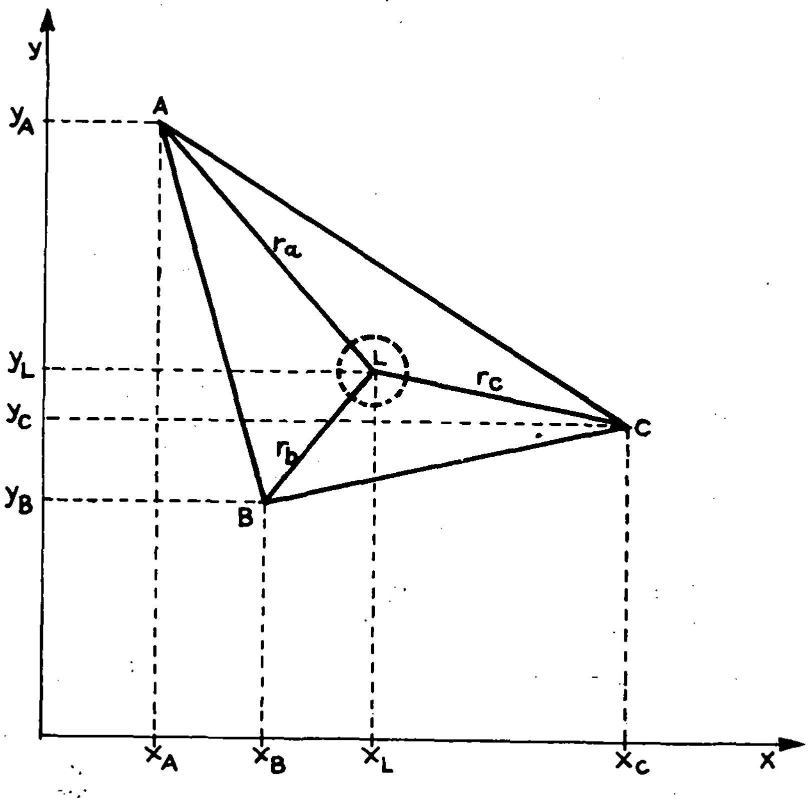

FIG. 5

en donde

$$r_A = \sqrt{(y_A - y_L)^2 + (x_L - x_A)^2} = \sqrt{(y_A - y_L)^2 + (x_A - x_L)^2}$$

$$r_B = \sqrt{(y_L - y_B)^2 + (x_L - x_B)^2} = \sqrt{(y_B - y_L)^2 + (x_B - x_L)^2}$$

$$r_C = \sqrt{(y_L - y_C)^2 + (x_C - x_L)^2} = \sqrt{(y_C - y_L)^2 + (x_C - x_L)^2}$$

Sustituyendo en 4.1.1., tenemos que:

$$F = \sum_{\substack{i=A \\ m_C=1}}^{C} m_i \sqrt{(y_i - y_2)^2 + (x_i - x_L)^2} \qquad [4.1.2]$$

Para obtener el mínimo de la función F anterior derivaremos parcialmente con relación a x_L e y_L e igualaremos a cero ambas derivadas. Desdejando en estas ecuaciones podemos obtener el valor de las dos únicas incógnitas: x_L e y_L, determinando así la localización óptima

El principal inconveniente de este método —aparentemente muy claro y sencillo— radica en la dificultad de resolver el sistema de ecuaciones obtenido al derivar. W. Kuhn y Robert E. Kuenne (13) intentan salvar esta dificultad proponiendo un método particular, que tampoco resulta satisfactorio.

4.2. *El método mecánico*

En un mapa estable en posición horizontal se perforan los puntos en donde existen fuentes de materia prima o lugares de venta; por dichos agujeros se pasan unos hilos de igual longitud, anudados conjuntamente por los extremos superiores. En los extremos inferiores que cuelgan se suspenden unos pesos que guarden proporción con las cantidades de materias primas o de productos que se necesitan desplazar. Los diferentes hilos con sus respectivos pesos tirarán del nudo arrastrándolo sobre la superficie del mapa hasta encontrar una posición estable. El punto del plano sobre el que descansa el nudo es el lugar de producción óptimo, es decir, aquél que minimiza los costes totales de transporte.

Supongamos que existen tres depósitos de materias primas: *A, B* y *C,* y dos lugares de venta: *D* y *E.* La producción de una unidad de output requiere 1, 3 y 2 unidades de materia prima de cada uno de los tres depósitos respectivamente. Por otra parte, los mercados *D* y *E* consumen el 70 por 100 y el 30 por 100, respectivamente, de la producción total. Por lo tanto, los pesos de los puntos A hasta E deben guardar la proporción: 1 : 3 : 2 : 0,70 : 0,30.

(13) KUHN, Harold W., y KUENNER, Robert E.: "Un Efficient Algorithm for Numerical Solution of the Generalized Weber Problem in Spatial Economics", *Journal of Regional Science*, vol. 4, núm. 4, 1962.

Puede ocurrir que el nudo repose sobre uno de los lugares de compra o de venta, ello sucederá cuando el peso del punto correspondiente sea mayor o igual que la suma de los pesos de los restantes puntos. Tendríamos, pues, una localización "orientada" hacia un determinado input o mercado.

Este procedimiento es análogo al utilizado para determinar el equilibrio de un sistema de fuerzas y es aplicable a un número cualquiera de lugares de compra y de venta.

4.3. *La técnica de los isodapanos*

Los isodapanos de Alfred Weber son líneas de igual coste de transporte total por unidad de producto. Unen aquellas localidades cuyo coste para una determinada combinación de transporte es el mismo.

Vamos a considerar el caso más sencillo de localización de una fábrica que utiliza dos materias primas diferentes: *A* y *B*, disponibles en los lugares *A* y *B*, respectivamente, y que elabora un solo producto que vende en el mercado *C*. Supongamos que la obtención de una tonelada de producto requiere tres toneladas de la materia prima *A* y dos toneladas de la materia prima *B*, y que el coste de trasladar una tonelada de la materia prima *A* a lo largo de un kilómetro (tarifa de transporte) es de una unidad monetaria, mientras que la tarifa de transporte de la materia prima *B* es sólo de 0,6 unidades monetarias, y, por último, que la tarifa de transporte para el producto terminado es de dos unidades monetarias.

Para obtener los isodapanos y poder determinar así la localización óptima de la unidad económica de producción, debemos proceder como sigue:

1. Alrededor de *A* uniremos con líneas de trazo continuo aquellos puntos cuyo coste de transporte de las tres toneladas de materia prima *A* que se necesitan para la obtención de una unidad de producto es el mismo. Encima de cada curva isocoste, y enmarcado en un círculo, figura el coste de transporte correspondiente.

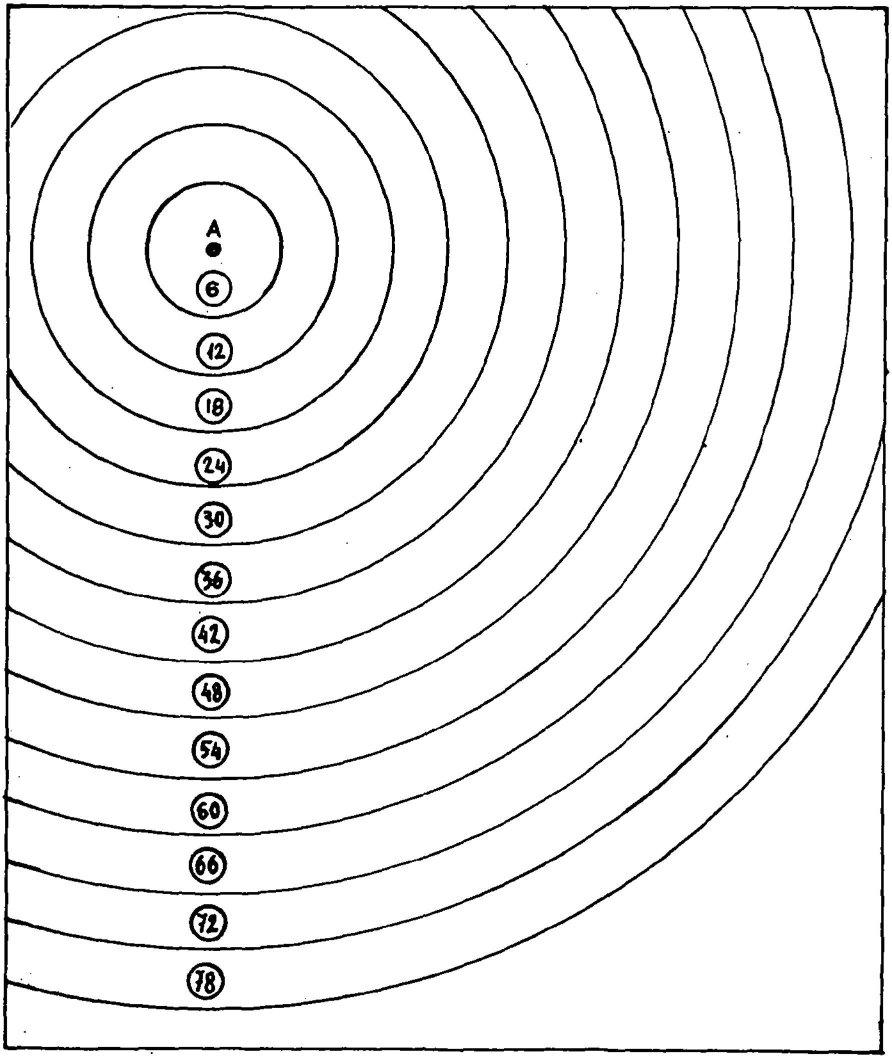

FIG. 6

2. Del mismo modo, alrededor de *B* uniremos con líneas de trazo discontinuo aquellos puntos cuyo coste de transporte de las dos toneladas de materia prima *B* que se necesitan para obtener una unidad de producto es el mismo. Encina de cada curva isocoste, y enmarcado en un cuadro, figura el coste correspondiente.

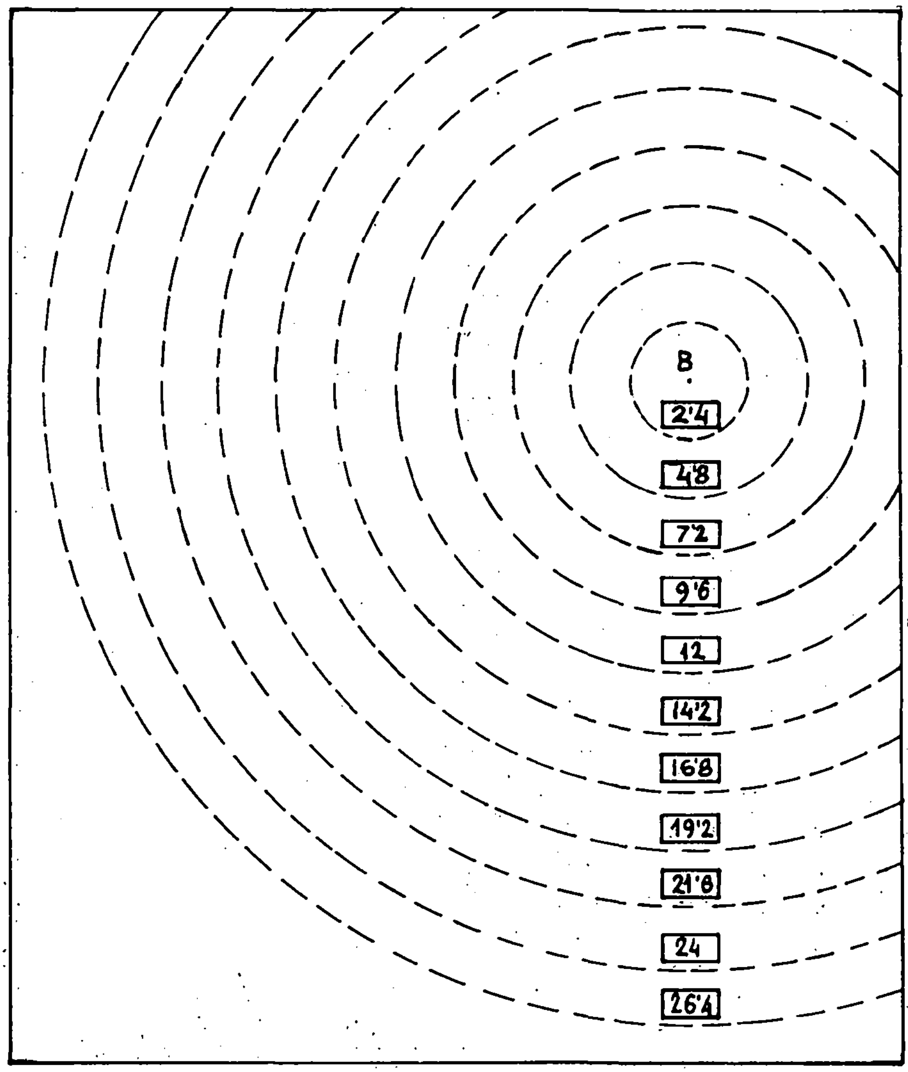

FIG. 7

3. Por último, trazamos con líneas de puntos las "isotimas" para el producto alrededor del mercado *C*. Encima de cada curva isocoste, y enmarcado en un triángulo, figura el coste de transporte correspondiente a cada nivel de distancia.

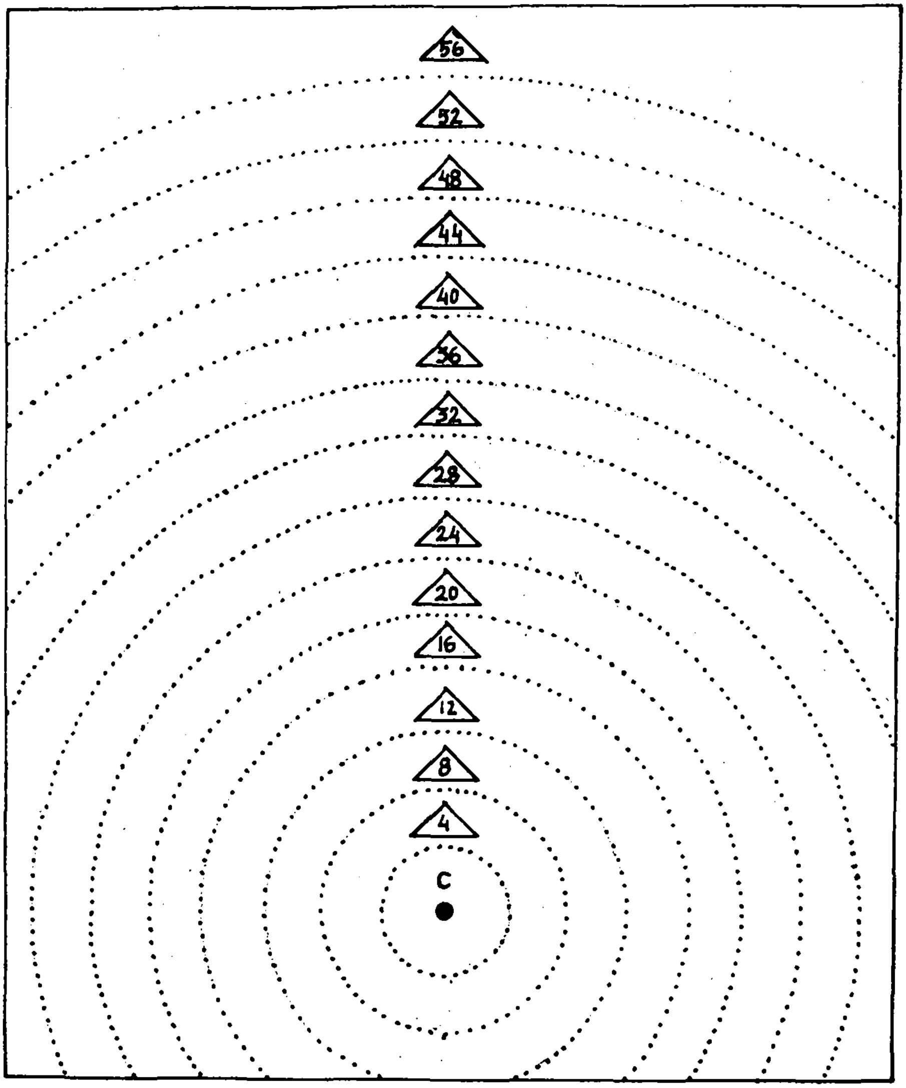

FIG. 8

Considerando ahora conjuntamente las curvas isocoste de las figuras 6, 7 y 8, tenemos que:

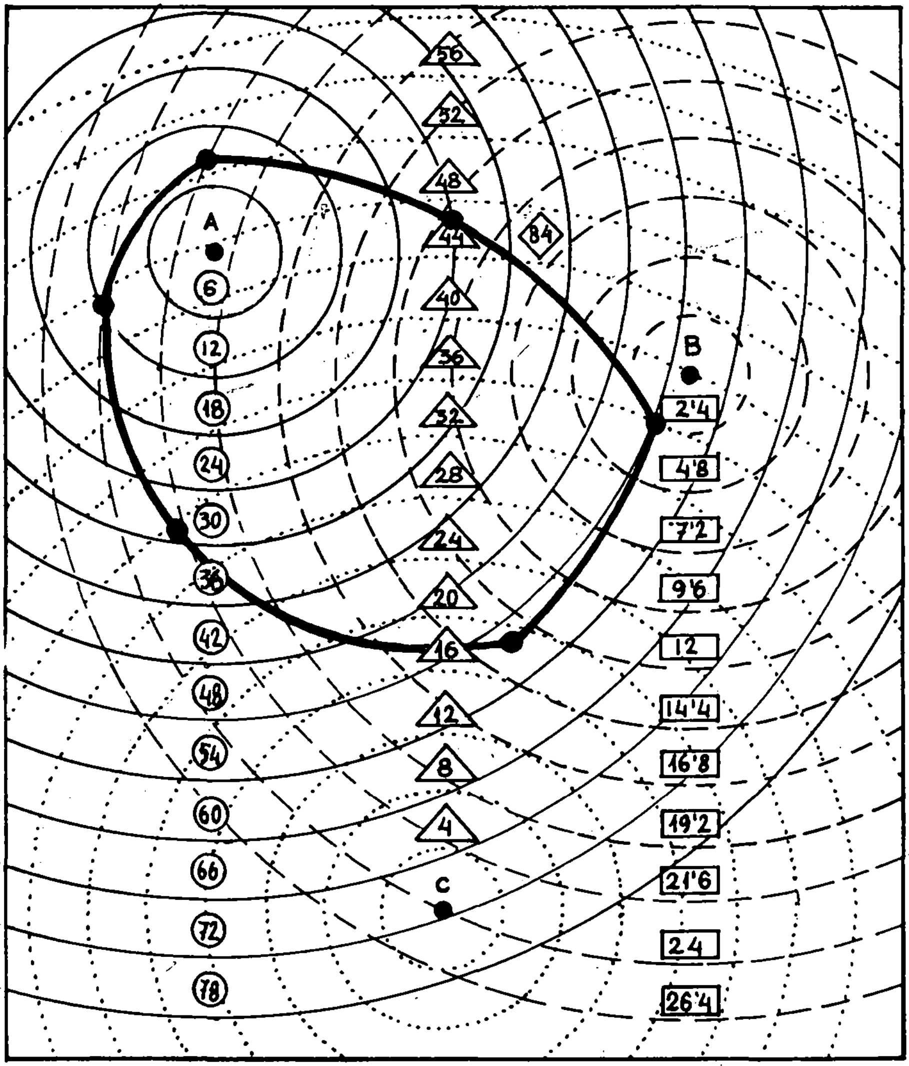

FIG. 9

En cualquier punto del mapa anterior es fácil de calcular el coste total de transporte correspondiente, basta con sumar los costes de las curvas isocoste que pasan por dicho punto; por ejemplo, el coste total correspondiente al punto *M* será:

$$12 + \boxed{24} + 48 = 84.$$

Sobre la figura 9 uniremos con líneas de trazo gueso los puntos de igual coste total de transporte y obtendremos así los llamados "isodapanos". Encina de cada "isodapano", y enmarcado en un rombo, figura el coste total correspondiente. Por comodidad sólo hemos dibujado el "isodapano" correspondiente a un coste total de 84 unidades monetarias.

La localización óptima se encontrará en el interior del "isodapano" de menor coste. Sin embargo, conviene tener presente que la localización óptima en el interior del triángulo definido por los puntos A, B y C siempre será un mínimo relativo, y habrá que contrastarla con la localización en los puntos de compra o en el lugar de venta; pues, como vimos al estudiar el método mecánico, cuando el peso de un vértice es mayor o igual que el peso de los restantes, la localización óptima se encontrará necesariamente en dicho vértice.

El método de los "isodapanos" se puede aplicar fácilmente a problemas con un número cualquiera de lugares de compra y de venta. La única particularidad es que la tarifa de transporte del producto terminado hay que repartirla proporcionalmente al consumo de cada mercado. Además, dado el gran número de curvas isocoste que habría sobre un mismo mapa, y con la finalidad de evitar confusión, conviene ir integrando parcialmente; primero, obteniendo las curvas isocoste o "isodapanos parciales" de los costes de suministro combinados, luego los "isodapanos parciales" de los costes de distribución también combinados, y por último, sumando ambos "isodapanos parciales", obtendremos el verdadero mapa de "isodapamos". La inclusión de los costes fijos de transporte o costes terminales tampoco origina dificultades (ver (14). Por razones de mayor sencillez, August Lösch (15) recomienda ir uniendo siempre de dos en dos los grupos de curvas isocoste, hasta la obtención de los "isodapanos".

(14) ALONSO, William: *Ob. cit.*, págs. 312-317.
(15) LÖSCH, August: "Teoría Económica Espacial", *El Ateneo*, Buenos Aires, 1957, pág. 21.

5. LEON MOSES Y LA LOCALIZACION OPTIMA

En un interesante trabajo sobre localización y teoría de la producción, Leon Moses (16) considera que el máximo beneficio no depende solamente de la minimización de los costes de transporte (como supone Weber), sino también de otras variables, a saber: la cantidad de output, la combinación de inputs, la localización y el precio. Pretende integrar la teoría de la localización con la teoría económica, en particular con la teoría de la producción. El análisis de Weber, cuyo objetivo central es la minimización de los costes de transporte, es válido únicamente cuando la función de producción es homogénea y lineal; sólo en este caso el criterio de minimización de los costes de transporte se corresponde con el criterio de maximización del beneficio. Ahora bien, una función de producción lineal y homogénea implica que no existen economías de escala, lo que equivale a una importante simplificación de la realidad.

Parte Moses del problema de Weber estudiado en el apartado 4.1. anterior, en el cual se considera una fábrica que utiliza dos materias primas (A y B), disponibles en dos lugares geográficos diferentes, para elaborar un solo producto que vende en el mercado C. Luego busca la localización óptima (L) de la fábrica sobre el arco IJ que corta al "triángulo de Weber" siguiente:

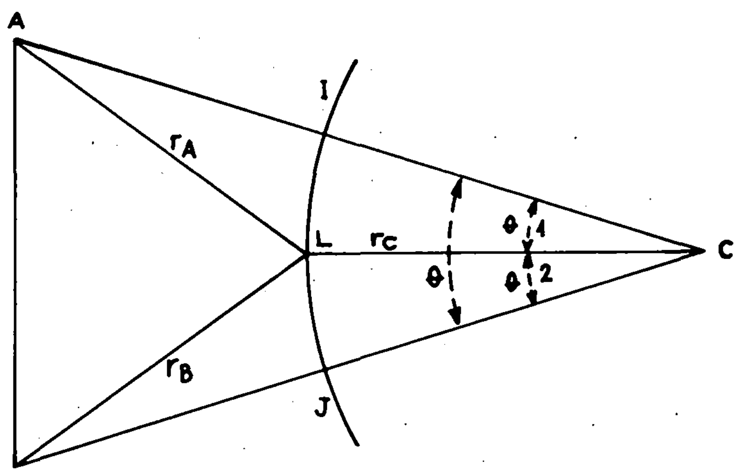

FIG. 10

(16) MOSES, Leon: "Location and the Theory of Production", *Quartrly Journal of Economics*, vol. 73, núm. 2, 1958.

El arco IJ es el de una circunferencia con el centro en C y radio r_C. Cualquier movimiento de L hacia I incrementa la distancia de la materia prima B y reduce la distancia de la materia prima A; y por el contrario, cuando L se desplaza hacia J se acorta la distancia de la materia prima B y se aleja la materia prima A.

Llamando:

P_A: Precio en origen de la materia prima A.

P_B: Precio en origen de la materia prima B.

t_A : Tarifa de transporte (coste por tonelada-kilómetro) de la materia prima A.

t_B : Tarifa de transporte de la materia prima B.

El precio de las materias primas en L será igual al precio en origen más el coste de transporte, es decir:

$$P'_A = P_A + t_A\, r_A \qquad [5.1]$$

$$P'_B = P_B + t_B\, r_B \qquad [5.2]$$

En virtud de la ley de cosenos, la distancia desde las dos fuentes de materias primas hasta el lugar L será:

$$r_A = \sqrt{a^2 + r^2_c - 2\, a\, r_c \cos \theta_1} \qquad [5.3]$$

$$r_B = \sqrt{b^2 + r^2_c - 2\, b\, r_c \cos \theta_2} \qquad [5.4]$$

Para cada punto del arco IJ existe una familia de rectas de igual coste total (coste de los inputs más coste de transporte) o rectas isocoste, las cuales serán del tipo:

$$m_A\, P'_A + m_B\, P'_B = K \qquad [5.5]$$

en donde

m_A: Cantidad de materia prima A.

m_B: Cantidad de materia prima B.

K : Coste total.

Para cada nivel de coste, es decir, para cada valor de K, existirá una recta isocoste:

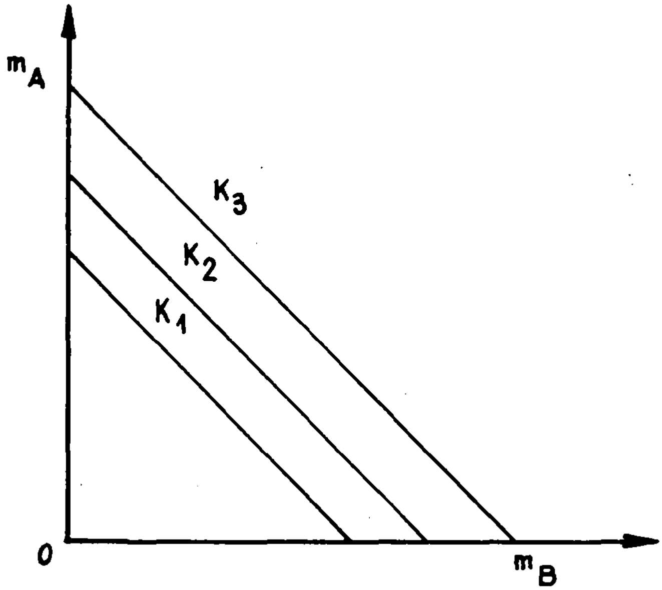

FIG. 11

La pendiente de dichas rectas isocostes, es decir, la tangente trigonométrica del ángulo que dichas rectas forman con el sentido negativo del eje de ordenadas, será:

$$\frac{P'_A}{P'_B} = \frac{P_A + r_A\ t_A}{P_B + r_B\ t_B} \qquad [5.6]$$

Por lo tanto, a medida que la localización de la producción se aproxima a *I* y se acorta r_A aumentando r_B, disminuye la pendiente (así definida) de las rectas isocostes, y viceversa. Para los puntos *I*, *L* y *J*, y para $K = K_1$, tendremos, respectivamente, las rectas isocostes *AB*, *CD* y *EF* siguientes:

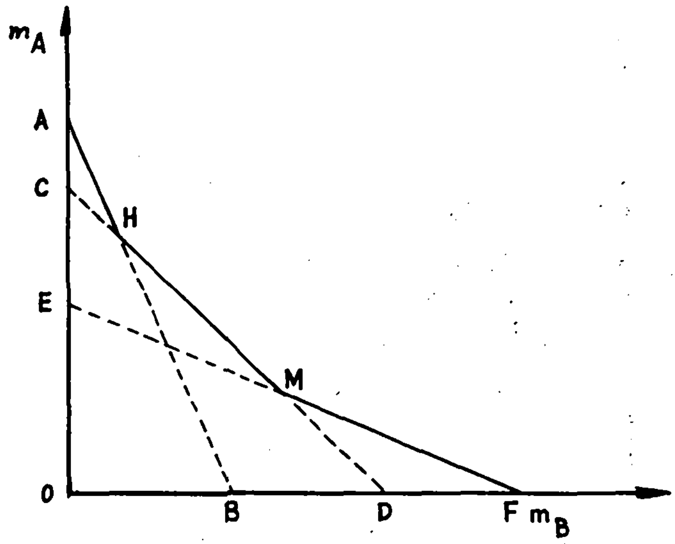

FIG. 12

Sobre la figura anterior podemos trazar una familia de curvas isocuantas, es decir, curvas de igual volumen de producción, tal como se indica en la figura siguiente:

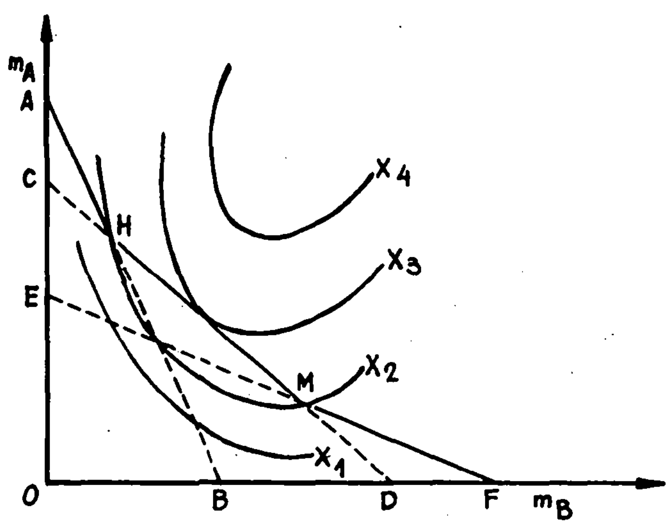

FIG. 13

x_i: Volumen o nivel de producción.

Dado que curva isocuanta x_3 es tangente a la línea quebrada AHMF en el trozo HM, para un volumen de producción igual a x_3 la mejor localización de la factoría será el punto *L*. Si se ubicase la fábrica en *I* o en *J*, para obtener la producción x_3 se necesitarían unos costes mayores.

A medida que vamos considerando un mayor número de puntos del arco IJ, los trozos de recta de la poligonal AHMF se van haciendo más cortos hasta convertirse en una curva, a la cual vamos a denominar, siguiendo a León Moses (17), curva de isocoste locacional.

Considerando ahora conjuntamente las curvas de isocoste locacional (una para cada valor de *K*) y las curvas isocuantas (una para cada valor de x_i), tenemos que:

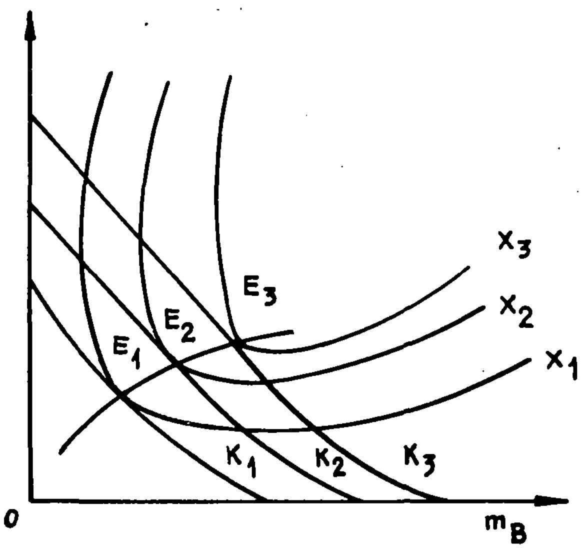

FIG. 14

La curva E_1, E_2, E_3 constituye el cambio o senda de expansión óptima de la empresa. Este modelo nos permite determinar la combinación de inputs óptima para un volumen de producción dado, es decir, la combinación de inputs de menor coste; y también, dado un nivel de coste, cual es la combinación de inputs que nos permite obtener un mayor volumen de producción. Sin embargo, Moses introduce en este modelo una novedad

(17) MOSES, Leon: *Ob. cit.*, pág. 63.

de excepcional valor: la senda o camino de expansión óptima recoge la interdependencia entre volumen de producción, combinación de inputs y localización, y no sólo entre combinación de inputs y nivel de producción.

6. LA LOCALIZACION OPTIMA EN SITUACION DE COMPETENCIA A LO LARGO DE UNA RECTA (EL MODELO DE HAROLD HOTELLING) (18)

Supongamos un mercado lineal en el que compiten los productores *A* y *B* (Fig. 15). Una unidad de producto es consumida en cada unidad de distancia y de tiempo. Se considera también que no existen costes de producción.

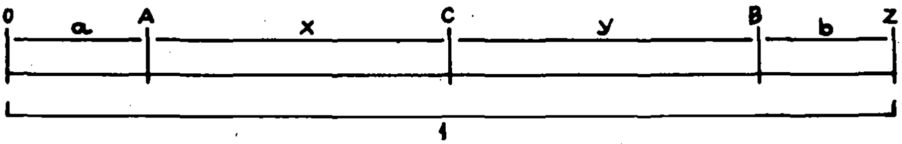

FIG. 15

Llamando:

P_1 : Al precio del productor *A*.
P_2 : Al precio del productor *B*.
q_1 : Volumen de producción de *A*.
q_2 : Volumen de producción de *B*.
C : Tarifa de transporte.

El problema consistirá en determinar las localizaciones óptimas de A y de B, es decir, aquellas localizaciones que le proporcionen los mayores beneficios individuales.

El punto fronterizo entre los mercados de A y de B vendrá determinado por la condición de que resulte igualmente caro comprar en cualquiera de ellos, es decir:

$$P_1 + cx = P_2 + cy \qquad [6.1]$$

(18) HOTELLING, Harold: "Stability in Competition", en *Spatial Economic Theory*, The Free Press, Nueva York, 1970, págs. 103-118 (este trabajo ha sido publicado por primera vez en *Economic Journal*, vol. 39, marzo 1929).

Por otra parte, en virtud de la figura 15 anterior, tendrá que verificarse:

$$a + x + y + b = 1 \qquad [6.2]$$

Los beneficios de A y de B serán, respectivamente:

$$B_1 = P_1\ q_1 = P_1 (a + x) \qquad [6.3]$$

$$B_2 = P_2\ q_2 = p_2 (b + y) \qquad [6.4]$$

Resolviendo el sistema formado por [6.1] y [6.2] obtendremos los valores de x e y en función de P_1 y P_2, que sustituiremos en [6.3] y [6.4].

Cada productor ajustará sus precios de tal modo que:

$$\frac{\delta B_1}{\delta P_1} = 0 \qquad [6.5]$$

$$\frac{\delta B_2}{\delta P_2} = 0 \qquad [6.6]$$

de donde

$$P_1 = C \left(1 + \frac{a - b}{3} \right) \qquad [5.7]$$

$$P_2 = C \left(1 - \frac{a - b}{3} \right) \qquad [6.8]$$

Sustituyendo estos valores en [6.3] y [6.4], tendremos que:

$$B_1 = \frac{C}{2} \left(1 + \frac{a - b}{3} \right)^2 \qquad [6.9]$$

$$B_2 = \frac{C}{2} \left(1 - \frac{a - b}{3} \right)^2 \qquad [6.10]$$

Es curioso observar que los beneficios B_1 y B_2 son directamente proporcionales a la tarifa de transporte, es decir, cuanto más caro sea el transporte mayores beneficios obtendrán los duopolistas. Lo que ocurre es que al encarecerse el transporte los duopolistas disfrutarán de un mayor poder de monopolio y podrán así aumentar sus precios.

El beneficio total de ambos duopolistas será:

$$B_1 + B_2 = C \left[1^2 + \left(\frac{a - b}{3} \right)^2 \right] \qquad [6.11]$$

De la fórmula [6.11] anterior se deduce que el beneficio total será mayor a medida que crece la diferencia entre a y b, es decir, a medida que la localización es más asimétrica.

Sin embargo, de [6.9] y [6.10] se deduce que con la asimetría de las localizaciones uno de los dos productores resulta perjudicado necesariamente. Al productor A le interesará que b sea menor que a y que además tome el valor más pequeño posible. Por el contrario, al productor B le interesará que b sea mayor que a y que además tome el mayor valor posible. Como en tantas otras situaciones económicas, nos encontramos aquí con una contraposición o conflicto de intereses que llevará a que a sea igual a b. Sin embargo, dicha localización no será estable si $a = b < \frac{1}{2}$, pues cualquiera de ambos productores aumentaría sus beneficios aproximándose al punto C y conquistando así clientes del otro competidor; este último se dará cuenta de la decisión de su colega y procederá de igual modo; cuando los dos productores hayan alcanzado el punto C ya no seguirán desplazándose, dado que cualquier alejamiento del punto C haría disminuir las ventas del productor correspondiente. No obstante, la localización de ambos productores en lugar C obligaría a los consumidores a recorrer una distancia innecesariamente larga. Una localización que le proporcionaría a ambos productores iguales beneficios que en el punto C y que minimizaría la distancia a recorrer por los clientes se obtendría cuando aquéllos se instalasen en las cuartillas de la distancia OZ, es decir, $a = \frac{1}{4}$ y $b = \frac{1}{4}$. Una vez más observamos que el libre juego de las fuerzas del mercado conduce a situaciones que no concuerdan con los intereses de la colectividad.

Si existiese coalición ambos competidores saldrían ganando con una localización asimétrica, tal como se deduce de [6.11], siempre, claro está, que el excedente originado por la asimetría se reparta convenientemente.

Este mercado lineal de Harold Hotelling ha sido analizado recientemente, y bajo diferentes supuestos, por Michael J. Weber (19), utilizando la teoría de los juegos de estrategia. Dicho análisis presenta las mismas limitaciones y es susceptible de las mismas críticas que la propia teoría de los juegos.

(19) WEBBER, Michael J.: *Impact of Uncertainty on Location*, The M. I. T. Press, Cambridge, Massachusetts, 1972, capítulo 6.

7. LA TEORIA DE VON THÜNEN Y LA LOCALIZACION DE LA ACTIVIDAD ECONOMICA EN LAS CIUDADES

Este granjero alemán supuso en su esquema teórico la existencia de un núcleo de población aislado que demanda abundantes cantidades de productos agrícolas. La tierra de los alrededores de esta "ciudad aislada" es igualmente fértil, el coste de transporte es el mismo en cualquier dirección y el resto de los factores productivos gozan de perfecta movilidad y divisibilidad. El agricultor alquila la tierra para destinar al cultivo de productos agrícolas que luego va a vender en el centro de consumo (mercado central). El beneficio que obtendrá será igual a la diferencia entre los ingresos obtenidos por la venta de los productos en el mercado central y los costes de producción más el coste de transporte, beneficio que será nulo ya que se supone que el mercado es de competencia perfecta. El alquiler que el agricultor puede ofrecer por el uso del suelo en función de la distancia puede expresarse mediante la siguiente ecuación [ver (20) y (21)]:

$$R = E\,(p - a) - E\,f\,K \qquad [7.1]$$

en donde

R: Alquiler por hectárea.

E: Rendimiento por hectárea en quintales.

p : Precio en el mercado del quintal.

a : Coste de producción por quintal excluyendo el alquiler y el coste de transporte al mercado.

f : Coste de transportar un quintal de producto a lo largo de un kilómetro (tarifa de transporte).

K: Distancia desde el mercado central en kilómetros.

Representando gráficamente la función [7.1], tenemos que:

(20) LÖSCH, August: *Ob. cit.*
(21) DUNN, E. S.: *The Location of Agricultural Production*, University of Florida Press, Gainesville, 1954, págs. 6-7.

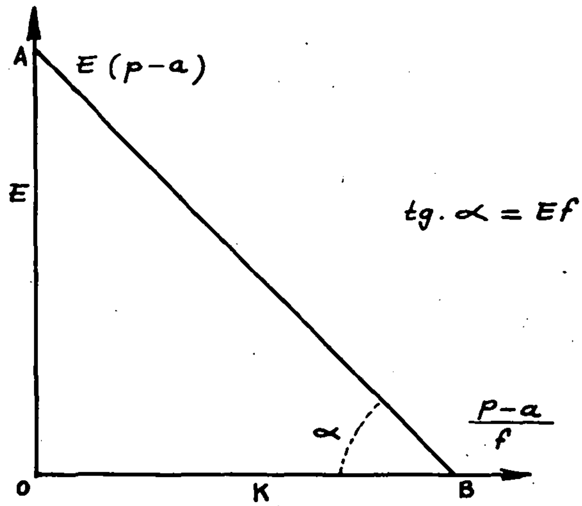

FIG. 16

El agricultor estará dispuesto a pagar un mayor alquiler por las tierras más próximas al mercado, ya que ese mayor coste por el uso del suelo viene compensado con un menor coste de transporte. Las tierras situadas más allá de la distancia OB no podrán ser utilizadas.

Vamos a suponer que las curvas de oferta de alquiler por el uso del suelo para los productos 1 y 2 son las siguientes:

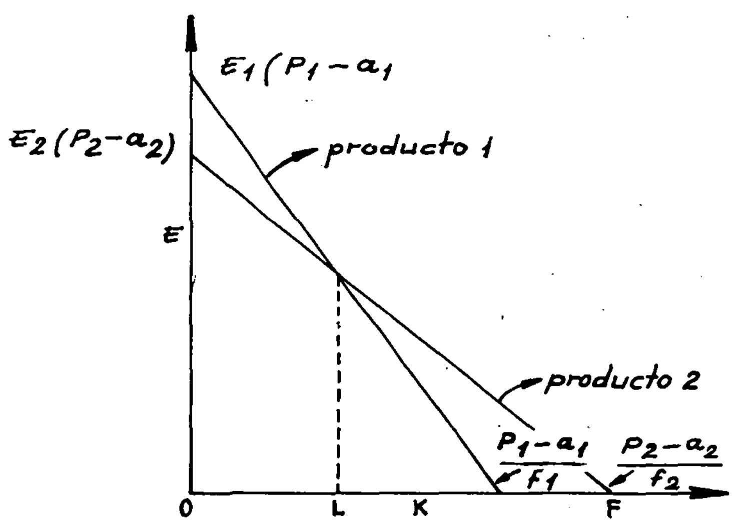

FIG. 17

Las tierras situadas alrededor del núcleo de población dentro de una distancia OL se arrendarán a los cultivadores del producto 1, ya que están dispuestos a pagar un alquiler mayor que los cultivadores del producto 2. Por la misma razón, las tierras situadas entre las distancias OL y OF serán alquiladas a los granjeros especializados en el cultivo del producto 2.

Si hacemos girar la figura anterior sobre el eje de ordenadas obtendremos la distribución de los cultivos alrededor del mercado central, ordenados en zonas anulares o cinturones:

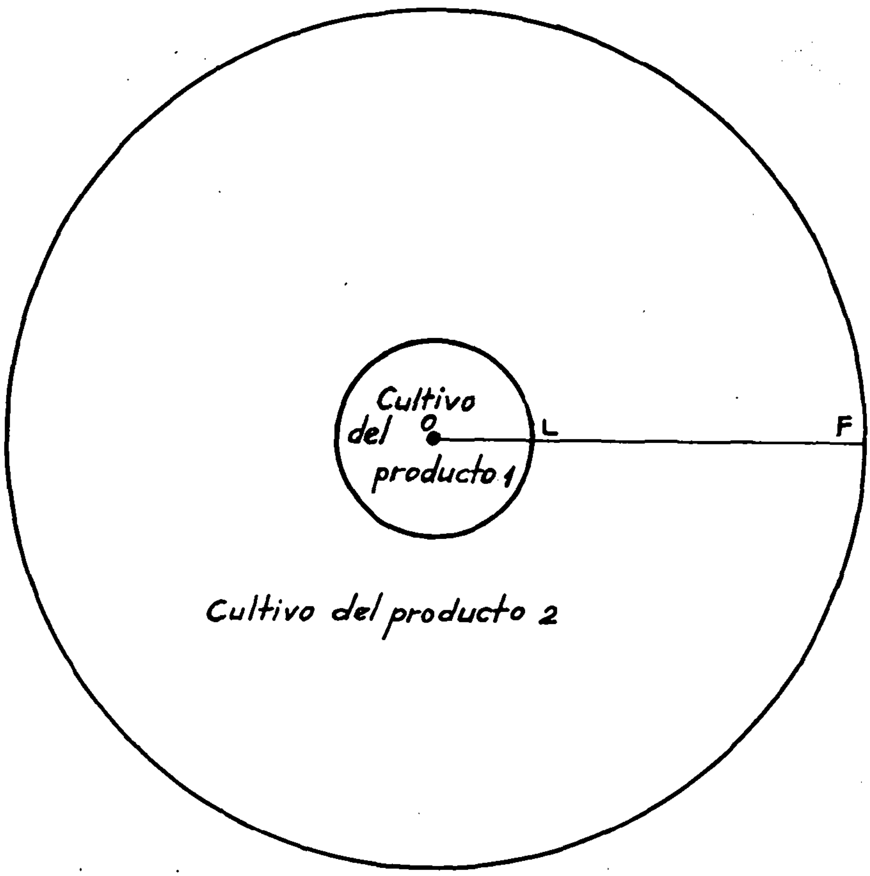

FIG. 18

Para que la formación de estos cinturones pueda tener lugar, es necesario que en la figura 17 se verifiquen las dos siguientes condiciones:

$$E(P_1 - a_1) > E_2(P_2 - a_2) \qquad [7.2]$$

$$\frac{P_2 - a_2}{f_2} > \frac{P_1 - a_1}{f_1} \qquad [7.3]$$

Este ingenioso modelo de von Thünen, que nos permite explicar la localización de la producción agrícola, ha sido tomado por modernos economistas para explicar la distribución de toda la actividad económica en el interior de las grandes ciudades y en sus "hinterlands" (ver (22), (23) y (24).

Si representamos en un mismo sistema de coordenadas rectangulares las curvas de oferta de alquiler por el uso del suelo para oficinas y tiendas, viviendas, industria y agricultura, tendremos que:

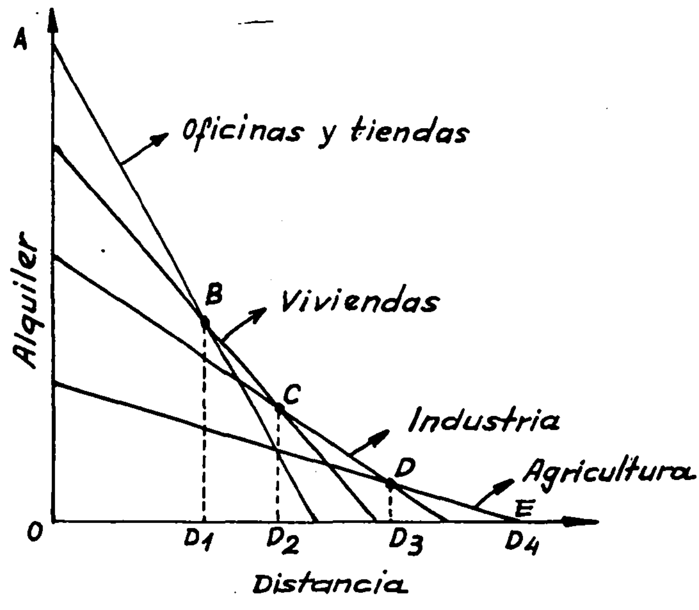

FIG. 19

(22) NOURSE, Hugh O.: *Economía Regional*, Oikos-tau, Barcelona, 1969, páginas 136 y sigs.
(23) ALONSO, William: *Location and Land Use*, Harvard University Press, 1964.
(24) ALONSO, William: "A Theory of the Urban Land Market", en *Readings in Urban Economics*, Macmillan, Nueva York, 1972, págs. 104-111.

Las curvas de oferta de alquiler por el uso del suelo habrá que obtenerlas empíricamente y su forma puede diferir en cada caso concreto.

Haciendo ahora girar la figura 19 anterior sobre el eje de ordenadas se obtendrá la distribución espacial de las actividades económicas, formando anillos alrededor de un núcleo central.

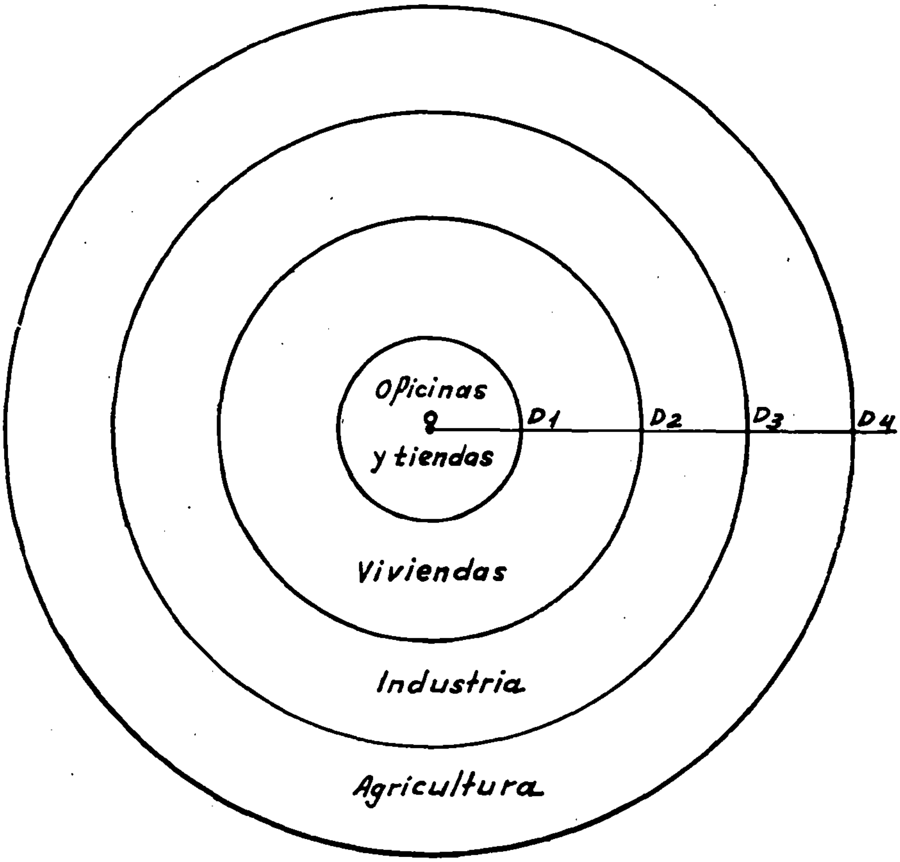

FIG. 20

En el momento actual, debido a la contaminación y polución del medio ambiente, está disminuyendo el precio de las viviendas en el interior de las grandes ciudades y aquellos ciudadanos de mayor renta hacen construir sus viviendas en la periferia, más allá del cinturón industrial. Un esquema más realista puede ser, pues, el siguiente:

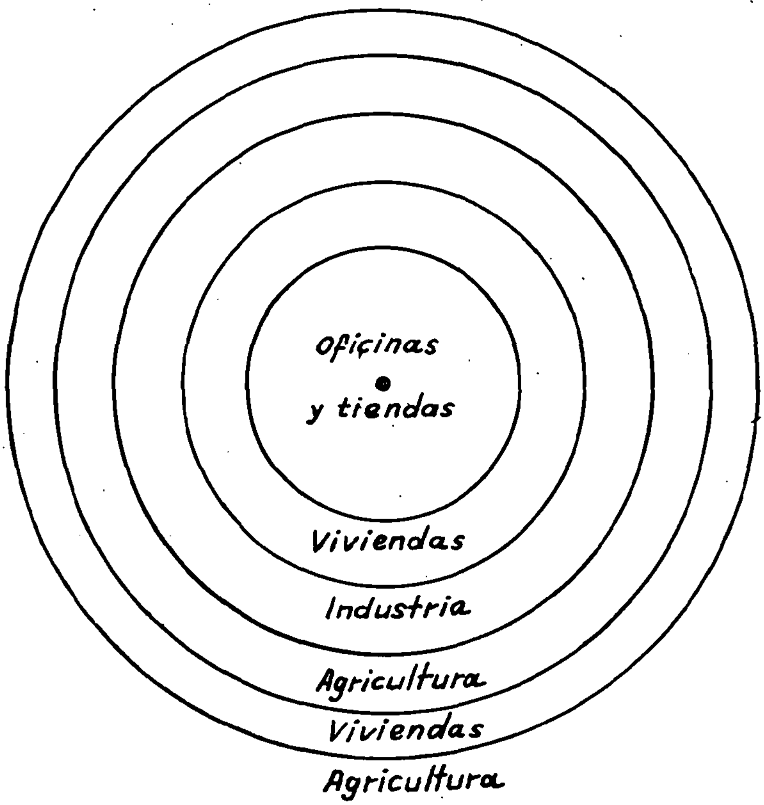

FIG. 21

En cualquier caso, entre el modelo de von Thünen y la realidad de las ciudades existe una sustancial diferencia. Esta diferencia es debida en parte, como bien dice Nourse (25), a los supuestos limitativos del modelo: a) Fertilidad uniforme del suelo. b) Topografía uniforme. c) Igual tarifa de transporte en todas las direcciones, y d) Un único mercado o centro de consumo. La existencia de una montaña, la ubicación de una ciudad a orillas del mar, etc., hacen que el modelo de von Thünen o teoría concéntrica del uso del suelo no se verifique. Por otra parte, cuando

(25) NOURSE, Hugh O.: *Ob. cit.*, págs. 149-150.

existen autopistas que cruzan una ciudad, con lo cual el transporte a lo largo de aquéllas se facilita, aparecen las ciudades en forma de estrella.

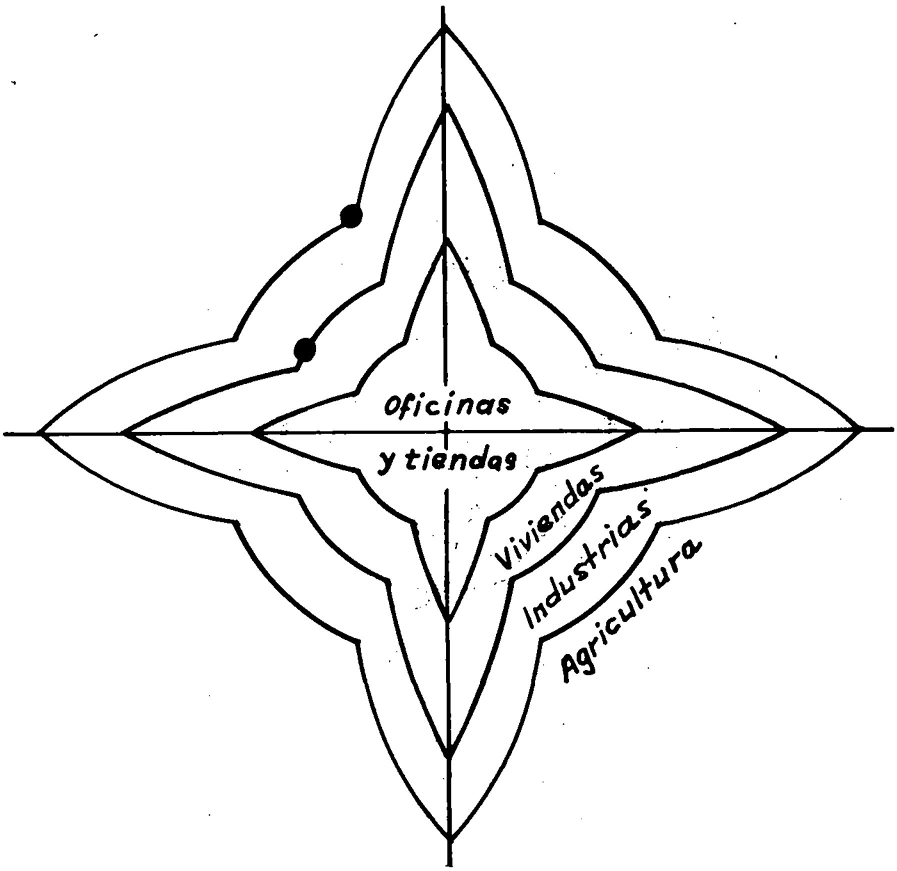

FIG. 22

8. LA INFLUENCIA ESPACIAL DE LA UNIDAD ECONOMICA DE PRODUCCION Y EL EQUILIBRIO INTERESPACIAL

Supongamos la existencia de un territorio llano sobre el cual los consumidores se distribuyen uniformemente, y en el cual se localiza una factoría que elabora un determinado producto. Los consumidores pueden moverse sin dificultad en cualquier dirección, pero el precio del producto vendrá incrementado para ellos con los costes de transporte correspondientes.

Así, llamando:

P_0 : Precio en origen de una tonelada de producto.
t : Tarifa de transporte (coste de transportar una tonelada a lo largo de un kilómetro).
r : Distancia en kilómetros.
x : Cantidad de producto demandada por un consumidor individual.
D : Densidad de población.

Un consumidor situado a una distancia de r_i kilómetros tendrá que pagar por una tonelada de producto un precio igual a:

$$P_i = P_0 + t\,r_i \qquad [8.1]$$

Si la curva de demanda individual es la siguiente:

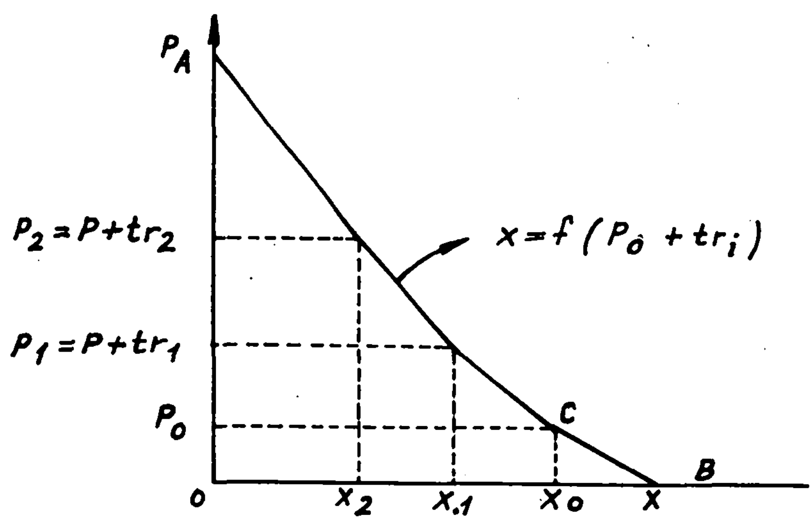

FIG. 23

Puede comprobarse cómo a medida que el consumidor se aleja del centro de producción aumenta para él el precio del producto (al aumentar el coste de transporte) y se reduce su demanda.

A partir de la figura 23 anterior podemos representar en un sistema de coordenadas rectangulares la relación decreciente entre cantidad demandada y distancia, a saber:

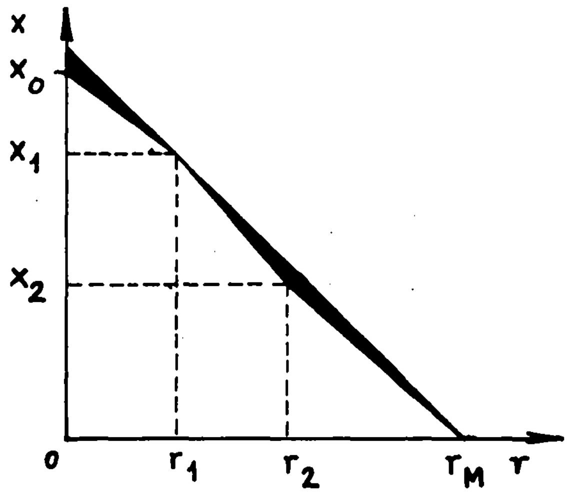

FIG. 24

Para la distancia r_M la demanda es nula; se trata, pues, de la mayor distancia alcanzable por la factoría, más allá de la cual los consumidores comprarán el producto a otra empresa competitiva.

Dado que estamos suponiendo que la tarifa de transporte es igual en todas las direcciones, haciendo girar la figura 23 sobre el eje de ordenadas obtendremos el "cono de demanda" de la empresa alrededor del lugar en que aquélla se encuentra ubicada. El área de mercado es un círculo de radio r_M.

La demanda total para una distancia máxima r_M vendrá dada por la doble integral:

$$C_M = D \int_0^{2\pi} \int_0^{r=r_M} f(P_o + t \cdot r)\, r\, dr\, d\theta \qquad [8.2]$$

Para otro precio en origen distinto P_o tendríamos otro "cono de demanda" de diferente altura y, por lo tanto, otra demanda total distinta de

$C_{..}$, aunque calculada tal como se indica en [8.2]. El área de mercado también tendría forma circular pero no de radio r_M.

En un sistema de coordenadas rectangulares podemos ahora representar la curva de demanda total según los diferentes precios en origen. Si sobreponemos en el mismo sistema de coordenadas la curva de costes medios a largo plazo, el punto de intersección de ambas curvas nos determinará la demanda total (D_E) y el precio en origen (P_E) correspondientes al equilibrio a largo plazo en el mercado.

El "cono de demanda" correspondiente al precio en origen P_E nos delimitará un área de mercado circular de radio r_E que será el área de mercado "definitiva"—es decir, de equilibrio a largo plazo— para todas las empresas que elaboran el mismo producto [ver (26) y (27)].

El territorio llano y uniforme que estamos suponiendo aparecerá cubierto de áreas circulares de radio r_E que constituyen las áreas de mercado o áreas comerciales de los productores del bien X. Una posible distribución de tales áreas puede ser la siguiente:

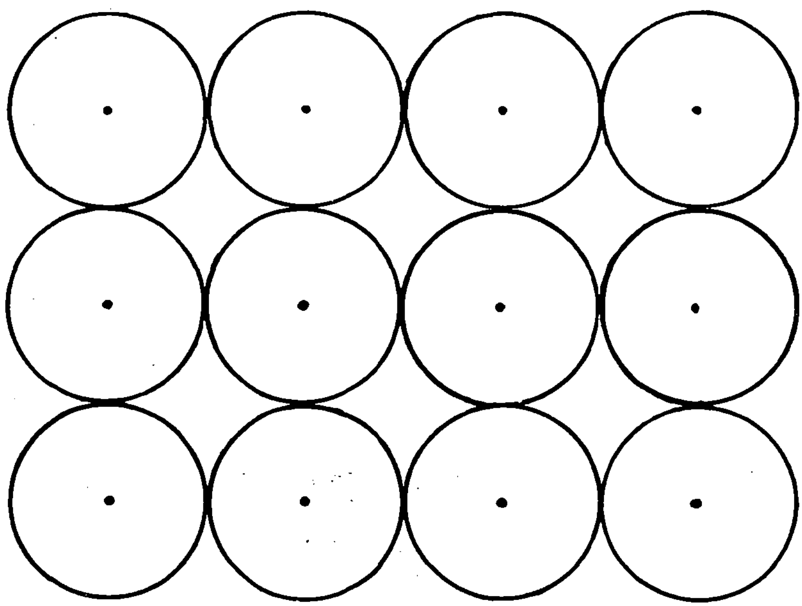

FIG. 25

(26) LÖSCH, August: *Ob. cit.*, págs. 105-110.
(27) BERRY, Brian J. L.: *Geografía de los centros de mercado y distribución al por menor*, Vicens-Vives, Barcelona, 1971, págs. 77-82.

La distribución de áreas de mercado recogida en la figura ant(or no es válida, ya que existen espacios vacíos; es decir, sin abastecer. En un sistema económico altamente centralizado pudiera obligarse a los productores a llegar hasta los consumidores más alejados, evitando así los huecos de la figura 25. Pero incluso en una economía de libre mercado dicha situación no puede perdurar, pues la existencia de unas demandas no satisfechas estimulará el nacimiento de nuevas empresas, que entrarán en "competencia espacial" con las ya existentes hasta que los espacios vacíos desaparezcan.

Por lo tanto, y con la finalidad de que los huecos de la figura 25 desaparezcan, los círculos de radio r_E tendrán que "solaparse" necesariamente. Llegamos así a una segunda red de áreas comerciales más realista:

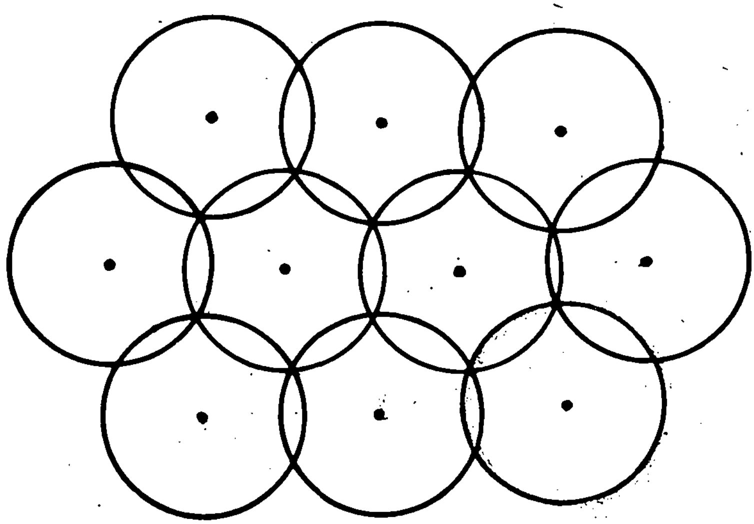

FIG. 26

Ahora bien, las intersecciones vuelven a ser zonas de competencia espacial entre los dos centros productores correspondientes, lo que llevará a que dichas zonas se dividan en dos partes iguales y que las áreas comerciales se transformen en exógonos.

La red definitiva de áreas comerciales del producto X será, pues, la siguiente:

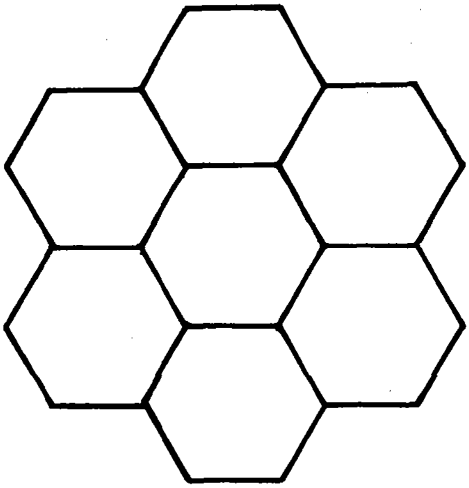

FIG. 27

En un interesante trabajo sobre áreas de mercado, los autores Mills y Lav (28) demuestran matemáticamente que el beneficio de la unidad económica de producción es máximo cuando el área comercial es circular y es mínimo en el caso del triángulo. El beneficio va aumentando a medida que el número de lados del polígono regular que delimita el área comercial es mayor, es decir, a medida que nos vamos aproximando a la forma circular (que es la de mayor área).

Sin embargo, el polígono regular de mayor número de lados que permite un adosamiento perfecto (es decir, sin dejar huecos) de las áreas de mercado es el hexágono, como fácilmente puede comprobarse geométricamente. A la misma conclusión hemos llegado anteriormente utilizando un razonamiento netamente económico.

Para cada bien o servicio existirá una red de áreas comerciales hexagonales. Dichas redes se superpondrán en el espacio, siendo el radio de

(28) MILLS, Edwin S., y LAV, Michael R.: "A Model of Market Areas with Free Entry", en *Spatial Economic Theory.* The Free Press, Nueva York, 1970, páginas 187-200 (originalmente publicado en *Journal of Political Economy,* junio 1964, páginas 278-288).

los hexágonos diferente según la naturaleza del bien o servicio correspondiente. Sin embargo, no habrá tantas redes de áreas comerciales como bienes y servicios existen, ya que en muchos casos coincidirán; en tal caso, la producción de dichos bienes y servicios diferentes tendrá lugar en un mismo lugar geográfico: en el centro del área de mercado correspondiente. Aunque las áreas comerciales fueran todas de diferente tamaño, lo que difícilmente puede darse, en muchos casos coincidirían los centros de varias de ellas. Vemos, pues, como aun tratándose de un espacio uniforme surgen acumulaciones de la actividad económica, apareciendo así las ciudades. Más adelante introduciremos el concepto de "economías de aglomeración", que constituyen una de las principales causas de las grandes concentraciones urbanas, y que ya el mismo Weber las incluyó en su análisis.

9. LA PROGRAMACION LINEAL Y LA LOCALIZACION OPTIMA

9.1. *Introducción*

Varios han sido los intentos de aplicar la programación lineal en localización. Nosotros vamos a estudiar aquellos que presentan, a nuestro juicio, un mayor interés. Tenemos que reconocer, sin embargo, que sobre programación lineal y teoría de la localización todavía no se ha dicho la última palabra. Se han conseguido algunos resultados positivos, pero dicha metodología sigue teniendo un mayor valor potencial que real en este campo.

9.2 *Asignación y teoría de la localización*

En un trabajo conjunto de Tjalling C. Koopmans y Martín Beckmann (29) se aplica, por primera vez, la teoría de la asignación óptima de la localización.

Supóngase que tenemos que ubicar n plantas industriales en n lugares

(29) KOOPMANS, Tjalling C., y BECKMANN, Martin: "Assignment Problems and the Location of Economic Activities", *Econométrica*, XXV, 1, enero 1957, páginas 53-76.

geográficos diferentes y que el beneficio esperado de cada planta es distinto según la ubicación. El tamaño de las plantas no es fraccionable y sólo se puede localizar una en cada lugar.

En una matriz cuadrada de orden n, en la que b_{ij} representa el beneficio de la planta i en la localidad j, podemos resumir este típico problema de asignación:

LOCALIZACIONES

		1	2	3	....	n
	1	b_{11}	b_{12}	b_{13}	....	b_{1n}
	2	b_{21}	b_{22}	b_{23}	....	b_{2n}
Plantas	3	b_{31}	b_{32}	b_{33}	....	b_{3n}
	⋮	$\vert$	$\vert$	$\vert$		$\vert$
	n	b_{n1}	b_{n2}	b_{n3}	....	b_{nn}

FIG. 28

Se trata de un problema altamente combinatorio, para cuya resolución es bien conocido en investigación operativa el denominado método húngaro.

Si admitimos que el tamaño de las plantas es fraccionable, el problema de asignación se puede convertir en uno de transporte simple, y resolverse entonces en términos de programación lineal. Los problemas de afectación o asignación no son más que un caso particular del problema del transporte. La única particularidad que presentan tales problemas, al resolverse por el método del transporte, es que los términos independientes de las restricciones, que en el problema del transporte se denominan de capacidad y de consumo, son todos iguales a la unidad.

9.3. *El problema de M. L. Balinski* (30)

En un espacio económico existen n centros de consumo de un cierto producto. Para satisfacer las demandas de dichos centros se pueden instalar plantas industriales en m lugares geográficos diferentes. Conociendo los costes unitarios de transporte desde cada posible origen a los diferentes destinos, y los costes fijos de localización asociados a cada origen, el problema consiste en determinar en qué localidades conviene ubicar las factorías con la condición de que el coste total sea mínimo.

Llamando:

t_{ij} : Coste de transporte de una unidad de producto desde el origen i al destino j.

D_j : Demanda del centro de consumo j.

X_{ij}: Fracción de D_j suministrada desde el origen i (incógnita del problema).

K_i : Coste fijo de localización asociado al origen i.

Y_i : Variable binaria que toma el valor 1 cuando la planta i se localiza efectivamente y 0, en caso contrario.

$C_{ij} = t_{ij} \cdot D_{ij}$: Coste de transportar D_j unidades de producto desde el origen i al destino j.

La función objetivo a minimizar será:

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij} + \sum_{i=1}^{m} K_i Y_i \qquad [9.3.1]$$

con las restricciones:

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = 1 \ ; \ j = 1, 2, ..., n \qquad [9.3.2]$$

$$X_{ij} \leq Y_i \leq 1 \ ; \ \begin{array}{l} i = 1, 2, ..., m \\ j = 1, 2, ..., n \end{array} \qquad [9.3.3]$$

$$Y_i = 0, 1 \quad ; \quad i = 1, 2, ..., m \qquad [9.3.4]$$

(30) BALINSKI, M. L.: "On Finding Integer Solutions to Linear Programs, *Mathematica*, Princeton, Nueva York, 1964.

y las condiciones de no negatividad:

$$X_{ij} \geq 0; \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, ..., m \\ j = 1, 2, ..., n \end{array} \qquad [9.3.5]$$

La resolución de este problema no resulta fácil por tratarse de un programa lineal en números enteros. M. L. Balinski utiliza un método de partición debido a J. F. Benders (31). Sin embargo, M. A. Efroymson y T. L. Ray (32) consideran que el método "branch and bound" es mucho más eficaz para la resolución de este tipo de problemas, el cual ha sido desarrollado por J. D. C. Little (33) y otros para encontrar la solución óptima del clásico y discutido problema del "viajante de comercio". Este último método es aplicable a un gran número de problemas de muy diferente naturaleza, sobre todo a aquellos en que el número de combinaciones es muy elevado. A diferencia de otros métodos, el método "branch and bound" es de comprensión fácil y permite optimizar programas lineales en números enteros con relativa facilidad.

9.4. *La aportación de Louis Lefeber* (34)

El intento más importante de aplicar la programación lineal en teoría de la localización ha sido, sin duda, el llevado a cabo por L. Lefeber. Este autor reconoce explícitamente la discontinuidad del espacio y utiliza en su análisis una metodología apropiada.

En un espacio económico sólo existe un número limitado de puntos de localización. La producción y el consumo puede tener lugar en cualquiera de estos puntos, en cada uno de los cuales se ofrece una determinada cantidad de factores productivos. Un factor productivo puede ser utilizado por una unidad de producción ubicada en un lugar diferente, en cuyo caso se necesita utilizar el transporte. Pueden existir factores productivos no transportables, por ejemplo la mano de obra que se resiste a cambiar de residencia; entonces, si las unidades de producción que

(31) BENDERS, J. F.: "Partitioning Procedures for Solving Mixed Variables Programmaning Problems", *Numerische Mathematik*, 4, 1962, págs. 238-252.

(32) EFROYMSON, M. A., y RAY, T. L.: "A Branch-Bound Algorithm for Plant location", *Operations Ressearch*, vol. 4, núm. 3, 1966, págs. 361-367.

(33) LITTLE, J. D. C., y otros: "An Algorithm for Traveling Salesman Problem", *Operations Research*, vol. 10, núm. 6, 1963.

(34) LEFEBER, Louis: *Allocation in Space*, North-Holland Publishing Company, 1968 (la primera edición de esta obra es de 1958).

demandan estos inputs se hallan localizadas en puntos distintos, tales recursos permanecerán sin utilizar. Un mismo punto puede ser al mismo tiempo lugar de producción y de consumo. Se considera que los precios de los bienes finales vienen dados por el mercado y que pueden variar, por supuesto, con la localización de los mercados de venta. Todos los lugares de producción y de consumo se suponen conectados por vías de comunicación; la distancia más corta entre cada par de puntos vendrá expresada en términos de distancia.

Cualquier posible distribución de bienes y la correspondiente asignación de factores productivos implica una determinada demanda de servicios de transporte. Esta demanda, según Lefeber, puede expresarse por la siguiente forma lineal:

$$T = B_1^2 x_1^2 + B_2^1 x_2^1 + \dots + B_n^m X_n^m$$

en donde

T : Número total de unidades de transporte demandadas (siendo una unidad igual al transporte de una tonelada de producto a lo largo de un kilómetro).

B_i^j : Distancia en kilómetros entre las localidades i y j.

x_i^j : Número de toneladas de productos o de factores productivos que hay que transportar entre ambas localidades.

De una manera más general la demanda de transporte puede expresarse también así:

$$T = r(x_1^2 , x_2^1 ,\dots, x_n^m)$$

Los servicios de transporte son ofrecidos por una industria independiente que utiliza los mismos inputs que las restantes industrias. Los inputs que necesita la industria productora de servicios de transporte —supone Lefeber— no tienen que ser transportados. El output total de servicios de transporte debe ser suficiente para hacer frente a la demanda de los mismos.

A partir de la obra de Lefeber la matemática moderna se convierte en un instrumento de análisis fundamental en teoría de la localización, en especial la teoría de los grafos. No obstante dicho autor no hace uso de este último instrumento, a pesar de que su concepción del espacio lo reclama de forma casi inmediata; utiliza ampliamente, sin embargo, la programación lineal y la no lineal.

Modelo de localización óptima de la producción y el equilibrio espacial de asignación de recursos y distribución de productos

Siguiendo a Lefeber vamos a considerar que sólo existen dos lugares de producción (1 y 2), dos lugares de consumo (3 y 4), dos productos (1 y 2) y dos factores productivos (1 y 2). El transporte, como ya hemos dicho, es considerado como un output que utiliza los mismos inputs que cualquier otro bien, y cuya demanda viene determinada por la correspondiente asignación de recursos y distribución de productos.

Utilizaremos los siguientes símbolos:

X^1 : Cantidad total elaborada del producto 1.

X^2 : Cantidad total elaborada del producto 2.

X^3 : Output del transporte.

X_i^{jk} : Cantidad del producto j elaborada en k y consumida en i ($i = 1, 2$; $j = 1, 2$; $k = 1, 2$).

X^{jk} : Cantidad total del producto j elaborada en k ($j = 1, 2$; $k=1,2$).

V_{ih}^{jk}: Cantidad del factor i disponible en h y utilizado para la producción del bien j en el lugar k ($i = 1, 2$; $j = 1, 2$; $k = 1, 2$; $h = 1, 2$).

V_{ih} : Cantidad total del input i disponible en la localidad h ($i=1, 2$; $h = 1, 2$).

W_i^j : Precio del producto j en la localidad i ($i = 1, 2$; $j = 1, 2$).

a_i^j : Número de unidades que se necesitan del input i para obtener una unidad del output j ($i = 1, 2$; $j = 1, 2,3$).

B_{ih}^k : Número de unidades de transporte que se necesitan para trasladar una unidad de peso del input i disponible en h hasta la localidad k ($i = 1, 2$; $k = 1, 2$; $h = 1, 2$).

Y_h^{jk} : Número de unidades de transporte que se necesitan para trasladar una unidad de peso del output elaborado en k y consumido en h ($j = 1, 2$; $k = 1, 2$; $h = 1, 2$).

V^j_{ih} : Cantidad del factor i disponible en h y utilizado en la producción de servicios de transporte ($i = 1, 2$; $h = 1, 2$; $j = 3$).

Formulación del problema en términos de programación lineal

La función objetivo consistirá en maximizar los ingresos procedentes de la venta de los productos, es decir:

$$Z = W_1^1 (x_1^{11} + x_1^{12}) + W_1^2 (X_1^{21} + X_1^{22}) + W_2^1 (X_2^{11} + X_2^{12}) +$$

$$W_2^2 (W_2^{21} + X_2^{22}) \qquad [9.1.1]$$

Esta función objetiva está condicionada por los siguientes grupos de restricciones.

1. Las cantidades consumidas de los diferentes inputs en las distintas localidades y ocupaciones no podrán exceder a las disponibilidades de los mismos en los puntos de localización correspondientes.

$$V_{11}^{11} + V_{11}^{12} + V_{11}^{21} + V_{11}^{22} + V_{11}^{3} \leq \overline{V}_{11} \qquad [9.1.2]$$

$$V_{12}^{11} + V_{12}^{12} + V_{12}^{21} + V_{12}^{22} + V_{12}^{3} \leq \overline{V}_{12} \qquad [9.1.3]$$

$$V_{21}^{11} + V_{21}^{12} + V_{21}^{21} + V_{21}^{22} + V_{21}^{3} \leq \overline{V}_{21} \qquad [9.1.4]$$

$$V_{22}^{11} + V_{22}^{12} + V_{22}^{21} + V_{22}^{22} + V_{22}^{3} \leq \overline{V}_{22} \qquad [9.1.5]$$

2. La oferta de servicios de transporte tendrá que ser mayor o igual que la demanda de los mismos.

$$Y_1^{11} X_1^{11} + Y_2^{11} X_2^{11} + Y_1^{12} X_1^{12} + Y_2^{12} X_2^{12} + Y_1^{21} X_1^{21} + Y_2^{21} X_2^{21} +$$

$$+ Y_1^{22} Y_1^{22} + Y_2^{22} X_2^{22} +$$

$$+ B_{11}^{2} V_{11}^{12} + B_{11}^{2} V_{11}^{22} + B_{12}^{1} V_{12}^{11} + B_{12}^{1} V_{12}^{21} + B_{21}^{2} V_{21}^{12} +$$

$$+ B_{21}^{2} V_{21}^{22} + B_{22}^{1} V_{22}^{11} + B_{22}^{1} V_{22}^{21} \leq X^3 \qquad [9.1.6]$$

3. Las cantidades de producto enviado desde una localidad a los diferentes centros de consumo no podrán exceder a la oferta del mismo en dicha localidad.

$$X_1^{11} + X_2^{11} \leq X^{11} \qquad [9.1.7]$$

$$X_1^{12} + X_2^{12} \leq X^{12} \qquad [9.1.8]$$

$$X_1^{21} + X_2^{21} \leq X^{21} \qquad [9.1.9]$$

$$X_1^{22} + X_2^{22} \leq X^{22} \qquad [9.1.10]$$

4. Las cantidades de inputs utilizadas en las diferentes producciones no pueden exceder a las disponibilidades de los mismos.

$$a_1{}^1 X^{11} \leq V_{11}{}^{11} + V_{12}{}^{11} \qquad [9.1.11]$$

$$a_2{}^1 X^{11} \leq V_{21}{}^{11} + V_{22}{}^{11} \qquad [9.1.12]$$

$$a_1{}^1 X^{12} \leq V_{11}{}^{12} + V_{12}{}^{12} \qquad [9.1.13]$$

$$a_2{}^1 X^{12} \leq V_{21}{}^{12} + V_{22}{}^{12} \qquad [9.1.14]$$

$$a_1{}^2 X^{21} \leq V_{11}{}^{21} + V_{12}{}^{21} \qquad [9.1.15]$$

$$a_2{}^2 X^{21} \leq V_{21}{}^{21} + V_{22}{}^{21} \qquad [9.1.16]$$

$$a_1{}^2 X^{22} \leq V_{21}{}^{22} + V_{12}{}^{22} \qquad [9.1.17]$$

$$a_2{}^2 X^{22} \leq V_{11}{}^{22} + V_{22}{}^{22} \qquad [9.1.18]$$

$$a_1{}^3 X^3 \leq V^3{}_{11} + V^3{}_{12} \qquad [9.1.19]$$

$$a_2{}^3 X^3 \leq V^3{}_{21} + V^3{}_{22} \qquad [9.1.20]$$

Tenemos, pues, treinta y tres variables y diecinueve restricciones, además de las condiciones de no negatividad comunes a todo problema de programación lineal.

La optimización del dual del programa lineal anterior nos permitirá conocer los precios sombra de los inputs, de los outputs y las rentas de localización (teóricas o de referencia).

Se le han dirigido varias críticas a la construcción de Lefeber, entre las más destacadas tenemos las siguientes:

a) Maximiza el valor de la producción total cuando en realidad lo que debiera maximizarse es el beneficio.

b) Supone una elasticidad infinita tanto para la demanda de productos como para la demanda de factores productivos.

c) Complejidad creciente del modelo a medida que incrementa el número de variables.

d) La hipótesis de linealidad de las funciones del modelo constituye una importante simplificación de la realidad.

e) La forma de introducir los servicios de transporte en el modelo, si bien es muy ingeniosa, es bantante discutible.

Utilizando la misma concepción del espacio que Lefeber, S. P. Jacot (35) reduce el problema de la localización óptima de la unidad económica de producción a un problema de juegos de estrategia, si bien de aplicación muy limitada, debido precisamente a las propias limitaciones de la teoría de los juegos.

10. EL MODELO DE TRANSPORTE DE F. L. HITCHCOK (36) Y LA LOCALIZACION OPTIMA

10.1. *Introducción*

Anteriormente hemos presentado varios de los modelos existentes para determinar la localización óptima. En este apartado del presente trabajo pretendemos mostrar la utilidad del programa lineal del transporte simple en las decisiones de lacalización. Bien es verdad que este intento lo hemos iniciado ya en otros trabajos, pero ahora pretendemos abundar más en dichos balbuceos.

10.2. *Planteamiento del problema*

Vamos a suponer que en una gran región o en un país existen n centros consumidores de un nuevo producto. Una gran empresa, en virtud de la protección que el legislador otorga a la propiedad industrial, va a producir dicho producto en régimen de exclusiva; o también, lo que por otra parte es bastante frecuente, puede ocurrir que la elaboración de dicho producto se lleve a cabo bajo el régimen de empresa pública, actuando así el estado como empresario. Para ello, después de haber realizado los estudios económicos pertinentes, se encuentran m lugares, geográficamente distintos, en donde se pueden localizar las plantas o factorías industriales. Los costes unitarios de producción en cada uno de los posibles puntos locacionales vamos a suponer que son iguales, no así, sin embargo, los costes de transporte. La dimensión de las plantas, ex-

(35) JACOT, S. P.: *Stratégie et concurrence*, S. E. D. E. S., París, 1963.—

(36) HITCHCOCK, F. L.: "The Distribution of a Product from Several Sources to Numerous Locaties", *Jour. Math. and Phys.*, 20, 1941, págs. 224-230.

presada por el número máximo de unidades que cada una de ellas puede producir periódicamente, es también diferente. Más adelante destruiremos la hipótesis de costes unitarios de producción constantes.

Como la producción total de todas las posibles factorías excede con mucho al consumo total de los diferentes destinos, el problema consiste en determinar los lugares en que conviene localizar las plantas, así como su dimensión, con la condición de que el coste total de distribución o transporte sea mínimo.

Llamaremos:

D_j : Al consumo del destino j-ésimo.

P_i : A la producción máxima del origen i-ésimo.

C_{ij}: Al coste unitario de transporte desde el origen i al destino j.

X_{ij}: A la cantidad de producto a transportar desde el origen i al destino j (incógnita del problema).

Para resolver este problema por el "método del transporte" creamos un destino —centro de consumo— ficticio que absorba la diferencia D_F entre la producción total y la demanda total. Es decir:

$$D_F = \sum_{i=1}^{m} Pi - \sum_{j=1}^{n} Dj$$

Al destino ficticio le asignaremos unos costes de transporte unitario C_{iF} nulos, ya que la cantidad X_{iF} a transportar desde el origen i-ésimo a dicho destino no se envía realmente, sino que se deja en el almacén de la factoría correspondiente o no se produce. Por ello, lógicamente, lo que no se transporte no origina costes de transporte. Sin embargo, cualquiera que sea el coste que asignemos a las rutas ficticias, siempre que sea igual para todas ellas, no alterará la solución óptima.

Aplicando para la obtención de las soluciones básica y óptima alguno de los métodos conocidos, el problema puede resolverse sin dificultad. Una vez obtenida la solución óptima, aquellas plantas —que se han considerado como si existieran realmente— que figuren enviando toda su producción a destinos reales se localizarán efectivamente con su dimensión máxima; por el contrario, aquellas plantas que envíen toda su producción al destino ficticio se rechazarán; en cambio, aquellas plantas que figuren en la solución óptima enviando parte de su producción solamente a destinos reales y el resto al destino fictico interesa instalarlas, efectivamente, pero con la dimensión definida por la cantidad enviada a destinos reales.

He aqu, pues, como el "método del transporte" puede resolver un interesante problema de localización y dimensión de plantas industriales.

Para comprobar la veracidad de nuestras afirmaciones vamos a resolver un sencillo caso práctico.

Supongamos que para un cierto producto existen tres centros de consumo en una determinada región, con unas demandas de 1.000, 2.000 y 300 por mes. La producción y distribución de dicho producto es monopolizada por el estado. Para ello, en siete lugares geográficamente distintos puede establecer una planta industrial con una capacidad máxima, según el punto geográfico, de 1.500, 1.200, 600, 1.250, 750, 725 y 640 unidades por mes. Las distancias entre los distintos puntos geográficos, así como los demás datos del problema, se recogen en el siguiente grafo:

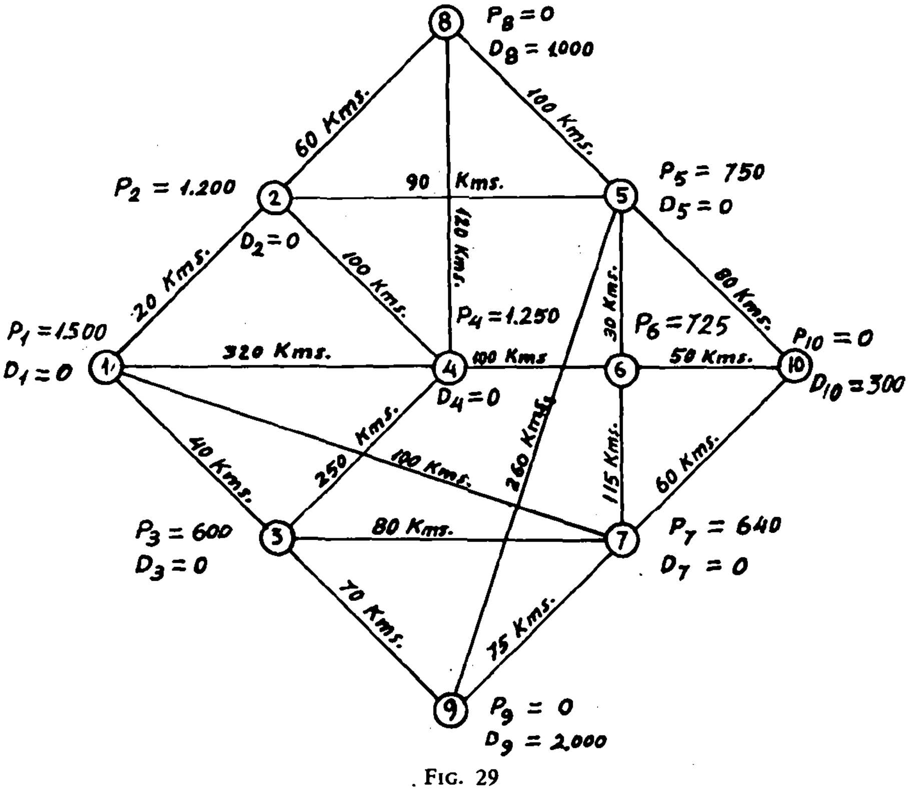

FIG. 29

Los costes unitarios de transporte los obtendremos multiplicando la tarifa de transporte —coste de transportar una tonelada a lo largo de un kilómetro— por la distancia más corta entre cada posible origen y los diferentes destinos, para ello necesitamos utilizar alguno de los algoritmos que nos proporciona la teoría de los grafos para calcular el camino más corto entre cada posible centro de producción y los distintos lugares de consumo. Una vez obtenidas esas distancias más cortas y los costes unitarios de transporte correspondiente, estamos en condiciones de presentar el siguiente grafo que simula explícitamente este problema de transporte.

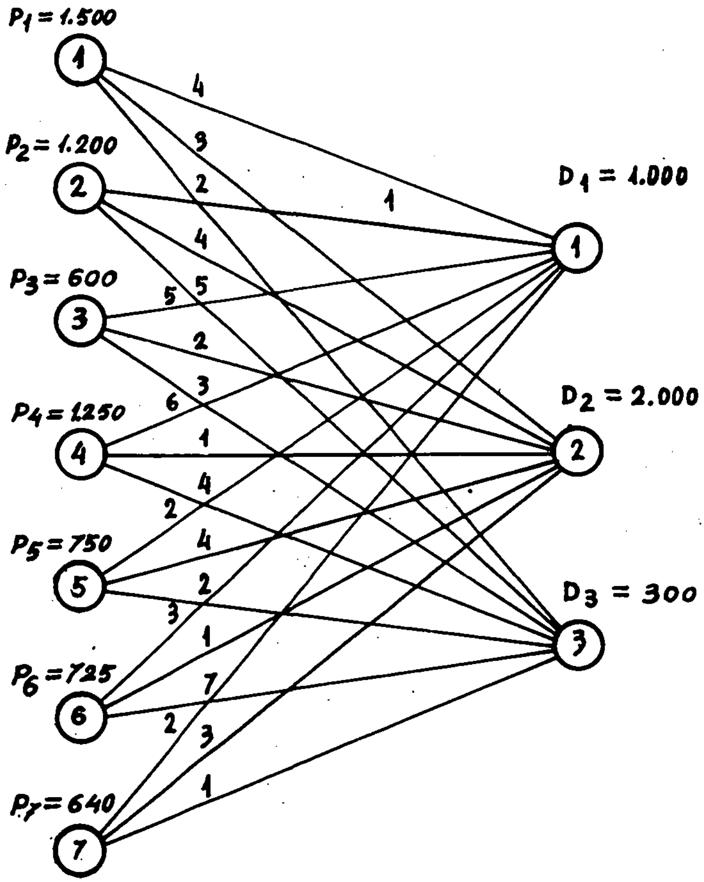

FIG. 30

Y también la tabla de transporte:

Plantas industriales	*Centros de consumo*			*Producción máxima*
	1	2	*3*	
1	$C_{11} = 4$	$C_{12} = 3$	$C_{13} = 2$	1.500
2	$C_{21} = 1$	$C_{22} = 4$	$C_{23} = 5$	1.200
3	$C_{31} = 5$	$C_{32} = 2$	$C_{33} = 3$	600
4	$C_{41} = 6$	$C_{42} = 1$	$C_{43} = 4$	1.250
5	$C_{51} = 2$	$C_{52} = 4$	$C_{53} = 2$	750
6	$C_{61} = 3$	$C_{62} = 1$	$C_{63} = 7$	725
7	$C_{71} = 2$	$C_{72} = 3$	$C_{73} = 1$	640
Demanda total	1.000	2.000	300	6.665 / 3.300

FIG. 31

Pudiera ocurrir lo que, por otra parte, es bastante frecuente, que en el grafo 29 anterior algunos o todos los lugares de consumo coincidieran con los posibles lugares de producción. Ello no complicaría en nada el problema, lo que sucedería es que entre dichos lugares de producción y de consumo serían nulas las distancias y los costes unitarios de transporte correspondientes, y en los vértices del grafo en que se diera tal coincidencia existiría un bucle —arco que comienza y termina en el mismo vértice— de valor nulo, para indicar que tales vértices son al mismo tiempo lugares de producción y de consumo. Estos bucles del grafo se corresponderían con los arcos de valor nulo del grafo 30 siguiente. En el grafo 29 pudiera también ahorrarse la utilización de bucles, puesto que los valores P_i y D_j de cada uno de sus vértices ya indican las posibles coincidencias entre los lugares de producción y de consumo.

El problema consiste en determinar los lugares donde deben localizarse las plantas industriales, así como su dimensión, de tal modo que los costes totales de distribución o transporte sean mínimos.

La función objetivo del programa lineal que simula este problema es:

$$[\text{Min.}]\ C = \sum_{i=1}^{7} \sum_{j=1}^{3} C_{ij}\ X_{ij} \qquad [10.1]$$

con las restricciones:

$$\sum_{j=1}^{3} X_{ij} \leq P_i \ ;\ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ 7 \qquad [10.2]$$

$$\sum_{i=1}^{7} X_{ij} \geq D_j \ ;\ j = 1,\ 2,\ 3 \qquad [10.3]$$

las condiciones de no negatividad:

$$X_{ij} \geq 0 \ ;\ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ 7;\ j = 1,\ 2,\ 3 \qquad [10.4]$$

Utilizando para la optimización de este programa lineal alguno de los métodos especiales existentes para resolver el problema del transporte, hemos obtenido la solución:

Plantas industriales	*Centros de consumo*			*Destino ficticio*	*Producción máxima*
	1	2	*3*		
1	$X_{11} = 0$	$X_{12} = 0$	$X_{13} = 0$	$X_{1F} = 1500$	1.500
2	$X_{21} = 1000$	$X_{22} = 0$	$X_{23} = 0$	$X_{2F} = 200$	1.200
3	$X_{31} = 0$	$X_{32} = 25$	$X_{33} = 0$	$X_{3F} = 575$	600
4	$X_{41} = 0$	$X_{42} = 1250$	$X_{43} = 0$	$X_{4F} = 0$	1.250
5	$X_{51} = 0$	$X_{52} = 0$	$X_{53} = 0$	$X_{5F} = 750$	750
6	$X_{61} = 0$	$X_{62} = 725$	$X_{63} = 0$	$X_{6F} = 0$	725
7	$X_{71} = 0$	$X_{72} = 0$	$X_{73} = 300$	$X_{7F} = 340$	640
Demanda total	1.000	2.000	300	3.365	6.665

Fig. 32

Interesa, pues, localizar efectivamente las plantas 2, 3, 4, 6 y 7 con una capacidad productiva mensual de 1.000, 25, 1.250, 725 y 300 unidades, respectivamente. Siendo el coste total de distribución o transporte de 3.325 unidades monetarias.

Determinaremos ahora el progama dual del progama lineal anterior. Para ello asignemos a cada una de las restricciones de grupo [10.2] la variable dual u_i —una vez que se le haya cambiado de signo a todas ellas— y a cada una de las restricciones del grupo [10.3] la variable dual v_j.

La función objetivo del programa dual será:

$$[\text{Máx.}]\ V = \sum_{j=1}^{3} D_j v_j - \sum_{i=1}^{7} P_i u_i \qquad [10.5]$$

Las restricciones del dual serán:

$$-u_i + v_j \leq C_{ij}\ ;\ i = 1, 2, \ldots, 7;\ j = 1, 2, 3 \qquad [10.6]$$

Y las condiciones o restricciones de no negatividad:

$$u_i\ ,\ v_j \geq 0;\ i = 1, 2, \ldots, 7\ ;\ j = 1, 2, 3 \qquad [10.7]$$

Hemos obtenido los siguientes valores para las variables duales:

$$u_1 = u_2 = u_3 = u_5 = u_7 = 0\ ,\ u_4 = u_6 = 1\ ;\ v_1 = 1,\ v_2 = 2,\ v_1 = 1$$

Las variables duales u_i y v_j se deben interpretar como los precios en el origen i y en el destino j, respectivamente, del producto correspondiente. Las restricciones [10.6] expresan que el precio en destino del producto menos el precio en origen tiene que ser menor o igual que el coste de transporte desde el lugar de producción hasta el mercado de venta; es decir, el transporte no puede originar plusvalías no justificadas. Ahora bien, los precios u_i y v_j vienen a ser unos precios "teóricos", también llamados precios "ficticios", precios "sombra" o precio de "referencia". Estos precios indican las ventajas locacionales relativas de los centros de producción y de los centros de consumo, ventajas que pueden ser debidas también a las mejores vías y medios de transporte que hacen que éste resulte más económico.

Puede comprobarse sobre la tabla 31 que si los costes de producción (precios en origen o precios FOB) guardaran la relación: $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 - 1 = C_5 = C_6 - 1 = K$, y los precios de venta en los tres mercados diferentes guardaran también la relación: $p_1 = p_2 - 1 = p_3 = k + 1$, los productores se verían forzados a utilizar las rutas (casillas) que figuran incluidas en la solución óptima contenida en la tabla 32; pues cualquier otra ruta le originaría pérdida. En definitiva, el sistema de precios "sombra" sería el que hubiera regido en el mercado si el modelo de competencia funcionara debidamente.

Un problema que se plantea también muy frecuentemente es cuando la empresa ya tiene instaladas varias factorías o sucursales cuya producción es insuficiente para satisfacer la demanda, la cual ha incrementado debido al efecto de campañas publicitarias o bien debido a otros factores. Por ello, la empresa tiene que crear nuevas factorías, con una dimensión adecuada y en lugares estratégicamente situados, con cuya finalidad el equipo de especialistas de la empresa ha realizado un cuidadoso estudio. Sin embargo, sólo parte de las posibles factorías se localizarán efectivamente, pues, en el caso de instalarlas todas, la capacidad productiva excedería con mucho a la demanda. Por otra parte, el equipo directivo está muy interesado en no modificar la dimensión de las factorías existentes —aunque no sea la idónea— ya que ello supondría un coste de *reestructuración* —*adaptación* a largo plazo— muy elevado, considerando conveniente que dichos centros trabajen al 100 por 100 de su capacidad. No obstante, en lo que sí está muy interesado el equipo directivo es en que las nuevas factorías tengan una dimensión conveniente con relación al transporte.

Conociendo los costes de transporte unitarios desde cada uno de los orígenes posibles o ya existentes, el problema que se plantea es determinar la localización óptima de las nuevas factorías, así como también su dimensión, es decir, localizarlas de tal forma que el coste total de distribución o transporte sea mínimo y "dimensionarlas" de tal modo que, dada la demanda actual, no exista inactividad.

El problema planteado puede resolverse de forma análoga a la expuesta anteriormente. Crearemos un destino adicional ficticio que absorba el exceso de capacidad productiva. Los costes de transporte correspondiente al destino ficticio serán nulos; sin embargo, como las cantidades enviadas al destino ficticio significan que los centros productivos correspondientes no deben producirlas —o almacenarlas— y las factorías existentes deben trabajar al 100 por 100 de su capacidad, a las rutas del destino ficticio (que corresponden a las factorías existentes) les asignaremos un coste M arbitrariamente grande con la finalidad de que tales rutas no formen parte del programa óptimo.

Una vez obtenida la solución óptima, se descartarán aquellos orígenes de localización posible que figuren enviando toda su producción al destino ficticio. Por otra parte, en la solución óptima puede aparecer algún centro productivo enviando parte de su producción al destino ficticio; la cantidad de producto enviada por tal centro a destinos reales nos define la dimensión óptima de la nueva factoría.

En lugar de minimizar costes de transporte podríamos también maximizar los beneficios, siendo reemplazados los costes de transporte C_{ij} de la tabla 31 por los beneficios unitarios b_{ij} (b_{ij} = Precio de venta en j —

— Coste medio de producción en i — Coste unitario de transporte C_{ij}). En este caso es necesario hacer la hipótesis de ausencia de economías de escala.

11. LA TEORIA DE LOS GRAFOS Y LA LOCALIZACION OPTIMA

11.1. *Introducción*

La teoría de los grafos o redes es una derivación de la Teoría de los Conjuntos y ocupa un lugar muy destacado en el campo de la investigación operativa. Es muy elocuente a este respecto la afirmación de A. Kaufmann (37): "La teoría de las redes merece que se le conceda un interés particular; podemos hacer de profetas sin peligro de equivocarnos, asegurando que va a tomar un sitio preponderante en la investigación operativa."

Todo conjunto de elementos ligados por relaciones orientadas constituye un grafo o red. Así, las relaciones de dominio que puedan existir entre un determinado grupo de empresas pueden representarse mediante un grafo, lo mismo ocurre con las interdependencias sectoriales o regionales, etc. Los diferentes pueblos y ciudades de España unidos por carretera forman un grafo, cuyos vértices son los pueblos o ciudades y cuyos arcos son las carreteras que unen cada par de pueblos.

El grafo o red es un concepto matemático que nos permite "modelizar" con gran realismo innumerables situaciones económicas. Las fundamentales obras de Berge (38) y Ford-Fulkerson (39) han hecho de la teoría de los grafos un importante instrumento de análisis económico.

11.2. *La localización óptima de la unidad económica de producción en el caso de competencia perfecta (el modelo de Ponsard-Schärling)*

11.2.1. *Planteamiento del problema*

Una determinada unidad económica de producción necesitará diferentes factores productivos o inputs, los cuales generalmente se encontrarán

(37) KAUFMANN, A.: *Métodos y modelos de la programación dinámica*, CECSA, México, 1966.
(38) BERGE, Claude: *Teoría de las redes y sus aplicaciones*, CECSA, México, 1962.
(39) FORD, L. R., y FULKERSON, D. R.: *Flows in Networks*, Princeton University Press, 1962.

dispersos entre diferentes lugares geográficos. Por otra parte, los productos elaborados serán demandados también en diferentes lugares. El desplazamiento de los inputs o de los outputs origina unos costes de transporte. Los factores productivos y los productos terminados pueden tener unos precios diferentes según el lugar, etc. La localización óptima de la empresa será aquélla que proporcione el máximo beneficio.

La determinación de la localización óptima, pues, exige tener en cuenta las diferentes variables apuntadas anteriormente, lo cual origina una gran complejidad en el problema y requiere un tratamiento científico adecuado.

11.2.2. *Formalización del modelo*

Utilizaremos para ellos los mismos símbolos que Claude Ponsard (40) y Alain Schärling (41), a saber:

Datos técnicos

$I =$ [Input n.º $j/j = 1, 2, \ldots, P$]: Un conjunto de P inputs que la empresa puede necesitar para elaborar los diferentes productos. Un mismo input puede intervenir en la elaboración de varios productos.

$O =$ [Output n.º $K/K = 1, 2, \ldots, q$]: Un conjunto de q outputs que la empresa puede elaborar.

Datos geográficos

$X = [X_i/i \in E]$: Un conjunto de n lugares geográficos en donde la empresa puede establecerse. Estos n lugares representan la totalidad del territorio considerado.

$X \supset X^j = [X_i/i \in E^j \subset E]$: Subconjunto de lugares de X en donde el input j es disponible. Habrá P subconjuntos X^j, uno por cada input.

$X \supset Y^k = [x_i/i \in F^k \subset E]$: Subconjunto de lugares en X en donde el output k es demandado. Habrá q subconjuntos Y^k, uno por cada output.

$X \supset X = [x_i/i \in E \subset E]$: Subconjunto de lugares que son puntos de tránsito (nudos ferroviarios, pasos obligados, etc.).

(40) Ponsard, Claude: "Une application de la théorie des graphes à l'analyse de l'espace économique: un modèle de localisation optimale de l'unité de production dans une structure de concurrence", Travaux sur l'espace economique, *Techniques économiques moderns*, núm. 4, Gauthier-Villars, 1966, págs. 2-21.

(41) Scharling, Alain: *Localización óptima y teoría de grafos*, I. E. P., Madrid, 1973 (traducción del original en lengua francesa: *Localisation optimale et théorie des graphes*, Cahiers de Vilfredo Pareto, 19, 1969).

$X \supset X = [x_i / i \in E \subset E]$: Subconjunto de lugares que por una razón u otra ofrecen ventajas especiales (exención de impuestos, etc.).

Conviene observar que un mismo lugar del conjunto X puede pertenecer a varios de los subconjuntos definidos anteriormente. Puede ser al mismo tiempo fuente de un input, mercado de uno o varios outputs, un nudo ferroviario importante, etc.

Los $p + q + 2$ subconjuntos de X definidos anteriormente representan todos los lugares "interesantes" del territorio, lugares que vendrán recogidos en el conjunto:

$$S = [\underset{j}{U} X^j]\ U\ [\underset{k}{U} X^k]\ U\ X\ \ U\ X$$

Los restantes lugares, que vamos a llamar "menos interesantes" por denominarles de algún modo, vendrán dados por:

$$R = \complement_x \{[\underset{j}{U} X^j]\ U\ [\underset{k}{U} X^k]\ U\ X\ \ U\ X\ \}$$

Evidentemente, se verificará que:

$$S\ U\ R = X$$

Es importante tener presente que la calificación de lugar "menos interesante" no implica que tenga que descartarse como lugar de posible localización de la unidad económica de producción.

Precios y costes de transporte

r_i^j : Precio del input j en el lugar i.

S_i^k: Precio del output k en el lugar i.

t^j : Coste unitario de transporte (es decir, coste de transportar una unidad de peso a lo largo de una unidad de distancia) del input j.

u^k : Coste unitario de transporte del output k.

La existencia de precios diferentes para un mismo output o input en los distintos lugares geográficos, y también la consideración del coste de transporte, supone una distorsión en la hipótesis de competencia perfecta. Por ello Alain Schärling propone que hablemos de competencia "casi" perfecta o "localmente perfecta" y no de competencia perfecta. Siguen dándose, eso sí, los demás supuestos del modelo de competencia perfecta: elasticidad infiníta de la oferta de inputs y de la demanda de outputs, información perfecta, etc.

El modelo

Los diferentes lugares geográficos del conjunto X estarán unidos por vías de comunicación, a los cuales necesitará tener acceso la unidad económica de producción para abastecerse de inputs o dar salida a sus outputs. En el caso de que las vías de comunicación fueran de diferente naturaleza: carreteras, ferrocarril, líneas aéreas, etc., sería necesario homogeneizarlas refiriéndolas a un medio que se tomaría como patrón.

Los elementos del conjunto X definen los vértices del grafo *G*, cuyos arcos son las vías de comunicación o acceso que unen cada par de localidades (x_i, x_j), pertenecientes a dicho conjunto X. Este grafo lo notaremos así:

$$G = (X, U)$$

en donde: *U* es el conjunto de todos los arcos del grafo.

Otra notación alternativa de la anterior es:

$$G = (X, \Gamma)$$

en donde: Γ es una aplicación de *X* en *X*, o ley de aplicación del grafo.

La ubicación óptima estará en aquel vértice del grafo *G* que le depare a la unidad económica de producción el máximo beneficio.

¿Cómo alcanzar dicho vértice?

Para ello los autores proponen un algoritmo que estudiamos seguidamente en forma resumida.

11.2.3. *El algoritmo*

Para alcanzar el vértice de máximo beneficio (o ubicación óptima), Alain Schärling (42), continuando las investigaciones iniciadas por Claude Ponsard (43), nos presenta un algoritmo que nos permite obtener, además de la localización óptima, el valor de las siguientes variables:

1. El lugar de compra de cada input.
2. El camino de aprovisionamiento para cada input.
3. El lugar de venta de cada output.

(42) SCHARLING, Alain: *Ob. cit.,* págs. 91-105.
(43) PONSARD, Claude: *Ob. cit.,* págs. 2-21.

4. Los itinerarios de distribución o salida de los outputs.
5. La cantidad a producir de cada output y la combinación de inputs correspondiente.

Dicho algoritmo consta de dos subalgoritmos. El primero de ellos nos permite determinar las mejores fuentes de aprovisionamiento de inputs y el segundo los mercados de venta más rentables. Ambos subalgoritmos se integran en el algoritmo general que nos permite determinar la localización óptima de la unidad económica de producción y el valor de las variables ya enunciadas anteriormente.

A) *La selección de las fuentes de aprovisionamiento*

Consideremos un lugar cualquiera del conjunto X, por ejemplo x_i, y supongamos que instalamos en él nuestra unidad económica de producción. Un proceso de análisis lógico puede sintetizarse en las siguientes operaciones, que constituyen el primer subalgoritmo al que antes nos referimos, a saber:

1. Se determinan los lugares en donde se ofrece el input j, que serán aquellos cuyo subíndice sea uno de los números contenidos en el subconjunto E^j. Entre estos lugares y el lugar x_i (que puede coincidir con uno de aquéllos) existirán diferentes arcos y caminos. Obtenemos así, pues, un subgrafo de G para el input j. De manera análoga se irán obteniendo sucesivos subgrafos para cada uno de los p inputs.

2. Entre cada vértice del subgrafo correspondiente al input j y al lugar x_i se determina el camino más corto, utilizando para ello cualquiera de los procedimientos conocidos. Si el lugar x_i coincide con alguna de las fuentes del input j, el camino correspondiente será de longitud nula.

3. Ahora, conociendo ya el precio en cada origen del input j (r_i^j), la tarifa de transporte correspondiente a dicho input (t^j) y la distancia más corta entre cada fuente y el lugar x_i, estamos en condiciones de determinar el coste en x_i de una unidad de input j según la fuente de procedencia.

El menor coste nos permitirá conocer la fuente del input j más rentable y el camino óptimo para transportarlo hasta x_i.

4. El proceso descrito en los apartados anteriores se aplica reiteradamente para los diferentes inputs. Ello nos permitirá conocer la fuente de cada input más económica con relación al lugar x_i y el camino o "brazo" óptimo del input j en x_i. La consideración conjunta de estas fuentes y ca-

minos óptimos origina un nuevo subgrafo que Alain Schärling denomina "la araña óptima de los inputs en x_i".

Este subalgoritmo sintetizado en los cuatro apartados anteriores habrá que aplicarlo iterativamente a los diferentes lugares geográficos del conjunto X, obteniendo sucesivas "arañas óptimas" que generan un nuevo subgrafo de G, al cual muy bien pudiéramos denominar "telaraña óptima de los inputs".

B) *La selección de los mercados de venta más rentables y la determinación de la localización óptima*

El subalgoritmo relativo a los outputs puede resumirse en los siguientes apartados:

1. Establecimiento de la función de costes totales y de costes marginales para el output k, lo cual no resulta difícil una vez que conozca la función de producción y dado que ya conocemos los precios de los diferentes inputs en cada lugar x_i.

Alain Schärling se muestra partidario de considerar, en estos modelos que insisten mucho en el elemento especial, una función de producción propia de cada lugar. Esta función sería del tipo:

$$O_k = f_{ik}(v_1 , v_2 , \dots , v_p)$$

en donde

O_k: Cantidad de output k.

v_j : Cantidad de input j.

f_{ik} : Función de producción en el punto x_i para el output k.

Utilizando los conocimientos de Teoría Económica no resultará difícil obtener las funciones de costes totales, medios y marginales, en cada lugar x_i [véase, por ejemplo, (44) o (45)].

2. Determinación de los mercados en donde el output k es demandado y búsqueda de los más cortos caminos entre estos mercados y x_i.

3. Cálculo de los precios FOB o precios de origen en la localidad x_i.

(44) Castañeda Chornet, José: *Lecciones de Teoría Económica*, Aguilar, Madrid, 1969.
(45) Henderson y Quandt: *Teoría Microeconómica*, Ariel, Barcelona, 1962.

Dichos precios se calcularán restando del precio del output k en la localidad j (S_j^k) el coste de transportarlo siguiendo el itinerario más corto ($u^k \times$ Distancia). Una vez calculados los precios FOB o precios en origen, seleccionaremos el mercado de venta para el output k más rentable (que será aquel con un precio FOB mayor) a partir de la localidad x_i.

4. Búsqueda de la cantidad óptima a producir del output k en la localidad x_i. Dicha cantidad la determinaremos por intersección del precio FOB más elevado calculado anteriormente con la curva de costes marginales correspondientes.

5. Cálculo del ingreso total correspondientes al output k, multiplicando la cantidad óptima por el precio FOB.

6. Determinación del beneficio relativo al output k por diferencia entre el ingreso y el coste total. Este se determinará por intersección de la cantidad óptima del output con la curva de costes totales.

7. El proceso seguido en los seis apartados anteriores se aplicará para cada uno de los q outputs. La suma de los q beneficios máximos nos dará el máximo beneficio que se puede obtener si la unidad económica de producción se localiza en el lugar x_i.

Revisados de este modo los diferentes lugares geográficos del conjunto X, la ubicación óptima estará en aquella localidad que proporcione el mayor beneficio.

Alain Schärling adapta luego su modelo y su algotirmo al caso de concurrencia monopolística, lo que tampoco resulta difícil.

Sin embargo, pensamos que las investigaciones de Ponsard-Schärling, consistentes en aplicar la teoría de los grafos en localización, constituyen más bien un punto de partida que de llegada. No puede convencernos un algoritmo en el que para alcanzar la solución óptima tenemos que explorar, uno por uno, todos los vértices del grafo, utilizando en estas exploraciones un razonamiento elemental de cálculo económico. La teoría de los grafos es utilizada como medio de ilustración y no como instrumento de optimización. La búsqueda de un algoritmo más eficaz va a constituir —pensamos nosotros— una de las metas más importantes de las investigaciones futuras.

Maryse Gadrean (46) intenta adaptar el modelo de "Ponsard-Schär-

(46) Gadrean, Maryse: *Localisation et oligopole*, Dunod, París, 1971, páginas 72-154.

ling" a la localización interdependiente o en situación de oligopolio. Utiliza para ello el concepto de empresa "líder", que determina aplicando el método ELECTRA, y en función de las ventas de ésta estima las ventas de la empresa que pretende instalarse en el mercado. "Un empresario que se instala en el seno de un espacio económico adopta raramente de entrada una posición de liderazgo; suele contentarse con adaptar su conducta a la del elemento dominante, coexistiendo pacífieamente con sus otros competidores" (47).

Nosotros pensamos, sin embargo, que el problema de la localización interdependiente no podrá revolverse de forma satisfactoria hasta que se sucedan nuevas aportaciones en los juegos de estrategia de más de dos personas y de suma no nula.

12. LOCALIZACION Y ECONOMIAS DE AGLOMERACION

12.1. *Introducción*

En apartados anteriores hemos presentado diferentes modelos, que corresponden a situaciones económicas diversas, y que nos permiten determinar la localización óptima de la unidad económica de producción cuando se incluyen los costes de transporte, además de otras variables. Sin embargo, deliberadamente hemos prescindido de los efectos que sobre la localización de la actividad económica ejercen las economías de aglomeración, y ello no ha sido por considerarlos poco importantes, sino más bien por creer que dado su interés debieran ser objeto de un apartado especial.

Desde los comienzos de la revolución industrial, los fenómenos de acumulación y concentración de la actividad económica se han sucedido en todos los países, y en especial en los países económicamente más avanzados. Las regiones o áreas económicamente más desarrollados —muchas veces sin una base de recursos naturales que justifiquen tal desarrollo— ejercen una especial atracción sobre los nuevos empresarios de otras regiones y sobre otras actividades económicas; aunque luego, estas empresas vendan sus productos o compren materias primas en mercados situados en regiones lejanas.

(47) *Ibid.*, pág. 154.

Ya no es desconocido para nosotros un fenómeno que se está dando en nuestro país con relativa frecuencia. Un gran número de empresas se establecen en Madrid, Vascongadas o Cataluña utilizando los ahorros de los andaluces, ahorros que se llevan mediante un refinado sistema bancaria cuya perfección le permite tener sucursales en los más apartados lugares de la región que —actuando como tubos de drenaje— succionan toda la capacidad inversora de sus humildes gentes; luego, estas mismas empresas necesitan comprar materias primas en Andalucía y vender allí sus productos, y, paralelamente, un elevado número de jóvenes y eficaces trabajadores de Antequera y de otros lugares de la región se van a las Vascongadas o a Cataluña a ofrecer sus servicios, con ánimo —entre otras cosas— de aumentar los ahorros en la cuenta corriente de la institución bancaria de su pueblo natal, que no en vano suele tener un nombre de algo no muy lejano al río Guadalquivir. Por último, no debe sorprendernos si en las empresas a que nos estamos refiriendo encontramos altos directivos formados en los centros universitarios del Sur, concretamente en la flamante Facultad de Económicas de Málaga.

Si a todo esto unimos el hecho de que las tierras del Sur son mucho más llanas y con un clima mucho más apacible que las lluviosas tierras del Norte, uno se pregunta, y no sin razón, ¿qué pasa en este loco mundo de la economía? Tal vez algunos, con una visión apocalíptica, piensen que las tierras del Sur han sido objeto de una maldición de los dioses.

Prescindiendo de consideraciones metafísicas, dado que los dioses de ahora son menos maliciosos que los de antes, y admitiendo que el mundo en que vivimos no se comporta frecuentemente conforme a la razón, lo cierto es que este fenómeno de acumulación de la actividad económica se produce en casi todos los países (en unos más que otros, desde luego) y que tiene un fundamento que concuerda con la lógica. Pues si bien es verdad que los hombres se comportan irracionalmente con harta frecuencia, también es cierto que cuando lo que se juega es el dinero el hombre no se arriesga a perderlo o a ganar menos por falta de racionalidad, de ello ya se ha percatado hace muchos años un anglosajón llamado Adam Smith.

El fundamento de estos fenómenos de acumulación de la actividad económica se encuentra en las economías que se generan en los procesos de aglomeración.

12.2 *Economías de aglomeración*

Las economías de aglomeración (48) son aquellas que se obtienen al establecerse en un mismo lugar, o en una apretada área geográfica, muchas personas y actividades económicas. Las economías de aglomeración podemos agruparlas en tres categorías: 1) economías internas o de escala, 2) economías de localización o economías externas-internas y 3) economías de urbanización o economías externas-externas.

1. *Las economías internas o de escala* son aquellas que obtiene la propia empresa al incrementar su tamaño. Las grandes empresas pueden producir a unos costes más bajos que las medianas y pequeñas empresas; ello se debe a razones de tipo tecnológico, comercial, administrativo, financiero, etc. Desde el punto de vista tecnológico es preferible la gran empresa ya que puede poner en práctica al máximo el principio de la división del trabajo, utilizar grandes máquinas, etc. En cuanto al aspecto comercial y administrativo, la gran empresa también está en mejores condiciones que la pequeña empresa, al poder disfrutar de un cierto grado de monopolio frente a sus proveedores y clientes, al poder utilizar modernas máquinas de oficina que son prohibitivas para la pequeña empresa, etc. Las instituciones financieras conceden créditos con mucha mayor facilidad y en mejores condiciones a las grandes empresas, por ofrecer éstas mayores garantías que las pequeñas empresas y actuar con frecuencia formando grupos de presión; muchas veces las grandes empresas disponen incluso de banco propio. Ahora bien, la curva de costes medios a largo plazo —sobre todo desde el punto de vista técnico, comercial y administrativo— no es constantemente decreciente con relación al tamaño de la empresa, pues llega un momento —cuando se ha alcanzado la dimensión óptima— en que dicha curva se vuelve creciente, apareciendo así las "deseconomías de escala".

Hay economistas que niegan la existencia de la dimensión óptima y consideran que la curva de costes medios a largo plazo es constantemente decreciente, o a lo sumo que se vuelve paralela al eje de abscisas. Las contrastaciones empíricas realizadas tampoco permiten dar una respuesta definitiva. Lo cierto es que cuanto mayor es la empresa mayores economías se obtienen en los costes y si la empresa está bien organizada las "deseconomías de escala" deben tardar en aparecer.

(48) Las economías de aglomeración han sido denominadas por Walter ISARD "economías de yuxtaposición espacial", en *Métodos de Análisis Regional,* Ariel, Barcelona, 1971, págs. 413-414.

2. *Las economías de localización o economías "externas-internas"* son las que se obtienen al concentrarse en un mismo lugar las diferentes empresas componentes de un sector o industria determinada. Tales economías las obtiene una empresa no como consecuencia directa de su actividad productiva, sino indirectamente y debido a la actividad de todas las empresas del grupo. Entre las economías externas a la empresa pero internas a la industria o economías "externas-internas" podemos señalar las siguientes:

— Facilidad para obtener mano de obra especializada en el área en que la industria está concentrada.
— Posibilidad de desarrollar conjuntamente nuevos mercados de materias primas o de buscar nuevos mercados de venta.
— Posibilidad de especialización entre las empresas del grupo.
— Posibilidad de crear conjuntamente centros de investigación.
— Etc.

3. *Las economías de urbanización o economías "externas-externas"* son las que se obtienen como consecuencia del progreso general del país o de una región y constituyen el supuesto básico para que el desarrollo económico pueda darse. Si no existen carreteras, redes de energía y telecomunicación, etc., sería imposible poder crear empresas, a no ser que se tratase de unidades de producción muy rudimentarias, como ha ocurrido en épocas ancestrales. La empresa moderna supone la existencia previa de ciertas estructuras y de ciertos servicios, es decir, de un cierto entorno, sin el cual es imposible que pueda llevar a cabo su actividad productiva. La dependencia —o interdependencia— de la empresa con su entorno o medio ambiente es cada día más estrecha. Las economías de urbanización se derivan de la existencia de:

— Ferrocarriles y carreteras, puertos y aeropuertos, instalaciones destinadas a la producción y distribución de energía eléctrica, correos, red telefónica, etc.
— Centros de educación general y formación profesional, de los cuales depende la calidad del potencial humano de la región o del país, tanto en lo relativo a la mano de obra como a los mismos jefes de empresa.
— Viviendas, centros sanitarios, culturales y de esparcimiento.
— Superficie edificable debidamente acondicionada o urbanizada, es decir, dotada de agua, luz, vías interurbanas, alcantarillado, etc.

— Servicios financieros y comerciales adecuados (bancos, agencias de publicidad, oficinas comerciales, etc.).
— Un nivel cultural, científico y técnico adecuado a las exigencias del desarrollo económico.
— La existencia de un conjunto de servicios públicos indivisibles (policía, bomberos, etc.).
— La existencia de una cierta mentalidad empresarial, es decir, la existencia de personas dispuestas a llevar a cabo actividades productivas.

"La literatura económica no ha valorado debidamente hasta nuestro tiempo la importancia trascendental de la creación de economías externas dentro de un proceso de desarrollo. Ha tendido a considerar las economías internas y, a veces, las economías internas a la industria y externas a la empresa e incluso las economías externas interindustriales, pero, en general, las economías externas de clima o atmósfera han sido pospuestas a su verdadera importancio, no valorándose debidamente su contribución decisiva al proceso de desarrollo económico. En realidad, este erróneo enfoque de las economías necesarias a un proceso de expansión o crecimiento es debido en buena parte a la forma tradicional de considerar la vida económica a través de la formación de los precios, característica del neoclasicismo" (49).

Los empresarios, lógicamente, prefieren localizarse en aquellas áreas que le ofrecen unas mayores economías de aglomeración (en especial, economías de localización y urbanización). Con la idea de los polos de de desarrollo se pretende crear actividad económica en ciertas zonas pobres y que sin embargo disponen de recursos naturales, dotándolas de las obras de infraestructura necesarias y concediéndole a los empresarios estímulos fiscales, crediticios y de otro tipo. Estas ventajas que se otorgan a los empresarios en los polos de desarrollo no deben de interpretarse como un premio, sino más bien como una "indemnización" justa por la pérdida de economías externas que tal localización lleva consigo.

En nuestro país, el área de Madrid, el área de Barcelona y las Vascongadas ofrecen unas ventajas —económicas externas— muy superiores a cualquier otra región. El libre juego de las fuerzas del mercado seguirá favoreciendo la acumulación de riqueza en aquellas regiones, mientras

(49) FUENTES QUINTANA, Enrique: *Apuntes de Hacienda Pública*, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Compultense, Madrid, 1970.

que el fracaso de los polos de desarrollo prueba que las "indemnizaciones" concedidas han sido insuficientes.

Las economías que se generan en las grandes aglomeraciones urbanas, no crecen indefinidamente. Llega un momento en que comienzan a aparcer deseconomías: contaminación atmosférica, proliferación de ruidos y atascamientos en el tráfico, escasez y carestía de solares, elevación de los salarios, incremento del coste de las materias primas debido al alejamiento de los mercados de compra, etc. Ahora bien, como a pesar de todo la acumulación continúa, ello indica que las economías de aglomeración siguen pesando más que las deseconomías.

En los comienzos de la revolución industrial, la siderurgia —que requiere grandes cantidades de mineral de hierro y carbón— se ha ido concentrando en aquellas regiones que producían abundantes cantidades de ambos productos (pensemos, por ejemplo, en la cuenca del Ruhr). Las actividades mecánicas, que requieren gran cantidad de hierro y acero, se han ido localizando también en aquellas mismas zonas. Las nuevas concentraciones industriales de Europa originaron grandes aglomeraciones de población, lo que motivó el nacimiento de importantes mercados de mano de obra que a su vez atrajeron nuevas industrias. Entraron, pues, en juego las economías externas y el proceso de acumulación se puso en marcha.

Con el transcurso del tiempo se han producido algunos cambios importantes:

1. Se mejora considerablemente el sistema de transportes, por lo que el coste correspondiente tiene menos importancia.
2. Aparce el petróleo y la electricidad como dos formas nuevas e importantes de energía.
3. Se produce un gran proceso técnico que origina una creciente especialización tecnológica y, como consecuencia, surge la producción en serie.

La especialización tecnológica origina la desintegración vertical del proceso productivo y surge la necesidad de recurrir a industrias auxiliares, subsidiarias y a servicios industriales, que sólo existen en los grandes centros industriales. Por otra parte, esa misma especialización tecnológica origina una integración de proceso y surge la producción en serie. Proliferan, pues, las relaciones industriales que producen economías "externas-internas" y surgen los grandes complejos mecánicos.

A pesar del perfeccionamiento del sistema de transportes y de las nuevas formas de energía, las inversiones siguen dirigiéndose a los grandes centros industriales, aun después de haberse agotado el carbón y el mineral de hierro que han constituido su razón de existir.

Las economías de aglomeración han desplazado, pues, a los costes de transporte como factor determinante de la localización de empresas industriales.

En ciertas actividades industriales el coste de transporte, sin embargo, sigue siendo todavía importante, sobre todo en aquellas actividades que necesitan gran cantidad de materias primas o que elaboran productos de elevado peso, como por ejemplo la siderurgia.

12.3. *La localización en las grandes áreas urbanas en el momento actual*

Las grandes áreas urbanas han presentado en un principio grandes atractivos para el establecimiento de industrias manufactureras. En la actualidad la situación es muy diferente: materias primas casi inexistentes, salarios muy elevados, solares escasos y muy caros, localización con relación al mercado del país no demasiado buena, contaminación atmosférica, etc. Sin embargo, nuevas actividades son atraídas a las grandes ciudades, ello indica que hay fuerzas ocultas.

La tendencia actual es industrializar las ciudades medianas que dispongan de una infraestructura y de un mercado de trabajo aceptables, situadas a no más de una hora de trayecto de un gran centro industrial. Los directivos de las empresas de estos centros secundarios podrán acudir sin dificultad a los centros principales en busca de clientes para sus productos, o para comprar materias primas, recabar asistencia técnica o financiera, etc.

Existen bastantes industrias, como la industria del automóvil, la textil, etc., que producen en serie y con métodos "standardizados", las cuales requieren mano de obra muy poco cualificada y son las idóneas para localizar en centros secundarios, ya que podrán absorver fácilmente la mano de obra liberada por la agricultura. Este tipo de industrias nunca se deben establecer en las grandes ciudades ya que lo único que hacen es "estorbar". La mano de obra originaria de los centros principales suele preferir actividades terciarias, que además "estorban" menos.

No obstante, existen ciertas actividades industriales cuya localización en grandes centros urbanos es de vital importancia, a las cuales Raymond

Vernon (50) no duda en denominar "industrias de economías externas" Se trata de aquellas industrias en las que la demanda y los métodos de producción cambian con extremada rapidez y en las que los "contactos directos" con otros industriales revisten fundamental importancia. Pensemos al respecto en la industria de alta confección tan expuesta a la moda, en la industria de edición, en ciertas ramas de la industria electrónica, en la industria del juguete, etc. Por ello, las empresas que se dedican a estas actividades suelen ser de reducida dimensión y con poca inversión en bienes de equipo.

La industria de la radio, la del automóvil y otras muchas nacieron siendo "industrias de economías externas". Su tecnología cambiaba rápidamente, su mercado era incierto, los productores eran numerosos y pequeños. En estas circunstancias la atracción de los grandes centros urbanos fue grande. Sin embargo, a medida que avanzó el tiempo y la tecnología de estas industrias se fue consolidando y los métodos de producción fueron standardizados, el coste de transporte y el precio de la mano de obra cobraron más importancia que el diseño del producto. Fue a partir de ese momento cuando tales industrias se fueron desplazando hacia las fuentes de materia prima o a los mercados de mano de obra barata.

(50) VERNON, R.: "External economics", en *Readings in Urban Economics*, Macmillan, Nueva York, 1972, págs. 37-48.