El valor y la teoría del beneficio

ABEL R. CABALLERO
Universidad de Santiago de Compostela

El desarrollo de la teoría del beneficio, dentro del enfoque de la distribución del producto a través del concepto de excedente adoptado por los autores clásicos, implicó consustancialmente el desarrollo de las teorías del valor. Y esto, por dos razones centrales: La primera fue la necesidad de homogeneizar magnitudes físicamente heterogéneas, con objeto de obtener el excedente de un producto social neto y de un consumo necesario que se tomaban como datos en términos de mercancías físicas (1). De esta forma el excedente aparecía como simple diferencia entre las dos magnitudes anteriores, ahora ya homogeneizadas; esto es, aparecía como solución de la ecuación $PS - CN = E$ (2). Pero al mismo tiempo que se valoran el producto social y el consumo necesario, y en la medida en que es este último el eje en torno al cual gira la obtención de aquél, el proceso de producción, la valoración va a venir de alguna forma conectada con este proceso. Así, el proceso de valoración y, por lo tanto, la teoría del valor, va a estar en íntima e indisoluble conexión con las relaciones de producción y con las relaciones de distribución..

La segunda razón, que obligará a "valorar", es que en el proceso económico real las mercancías se intercambian entre ellas de acuerdo con unos "pesos relativos" determinados —los precios naturales o precios de pro-

(1) No cabe duda de que los autores que desarrollaron su teoría de distribución en torno al excedente tenían sus razones para tomar como dados el producto social y el consumo necesario en términos físicos. El primero dependía del estadio de acumulación del sistema, así como de las necesidades del salario y de la continuación de la acumulación. El consumo necesario, que es igual al salario multiplicado por el número de trabajadores empleados en el sistema, venía dado a través de la consideración de un salario de subsistencia —en el que, por supuesto, incidían elementos socio-históricos para diferenciarlo del mínimo fisiológicamente necesario—, aun cuando los mecanismos que lo aseguraban fuesen diferentes en los diferentes casos.

(2) Esta ecuación y el planteamiento general de este enfoque fueron originariamente planteados por P. GAREGNANI: *Il Capitale nelle Teorie della Distribuzione*, Milán, 1960.

Aun cuando en esta ecuación todo el capital social coincide con el consumo necesario, podrían perfectamente ser no coincidentes, y la ecuación seguiría siendo viable. Nosotros la consideraremos en su acepción más amplia, aun cuando no conste explícitamente de esta forma.

ducción— que deben ser respetados en el proceso de homogeneización, si se quiere que a través de éste el sistema no pierda su representatividad del proceso real. Es necesario que la unidad homogeneizadora mantenga la correspondencia con los valores relativos.

De aquí se deduce inmediatamente la primera condición que la unidad común de valoración debe cumplir (3).

1. Las mercancías medidas en el patrón común tendrán que mantener entre ellas las proporciones a las que serán, en equilibrio, intercambiadas.

La información obtenida de la ecuación $PS - CN = E$ puede utilizarse inmediatamente (en el caso simple de identificación de todos los inputs de producción con el consumo necesario) para calcular la tasa promedia de beneficio del sistema, $r = \frac{E}{CN}$. Esto es, la tasa de beneficio se obtiene en base a la resolución de la ecuación de distribución. Esto nos dice inmediatamente que al estar dado el consumo necesario, el conocimiento de la tasa de beneficio es equivalente al del excedente, y viceversa. Entonces, al objeto de evitar razonamientos circulares, es necesario imponer una segunda condición sobre el patrón común.

2. El patrón común debe ser tal que las variaciones en el valor de los agregados de mercancías medidas por él (y en concreto el producto social neto y el consumo necesario) puedan ser postulados sin necesidad del conocimiento anticipado de las variaciones de la tasa de beneficio.

Nuestro objetivo en el presente artículo será el análisis de la evolución de la teoría del beneficio dentro del enfoque iniciado por A. Smith, desde éste hasta nuestros días.

I

Para A. Smith el patrón de valor va a ser el *labour commanded*, o cantidad de trabajo que una mercancía puede adquirir. Este patrón va a cumplir la condición 1 antes mencionada, pero no cumplirá la segunda.

(3) Esta condición, juntamente con la segunda que expondremos más adelante, fueron primero postuladas por P. Garegnani en *A problem in the theory of distribution from Ricardo to Wickell*, Ph. D. thesis, Universidad de Cambridge, 1959, y en *Il capitale nelle...*, *op. cit.*

Las mercancías se van a intercambiar a su precio natural, suma de salarios, beneficios y rentas a sus tasas naturales. Sigamos la exposición que del mismo hace Dmitriev (4). Iniciamos el análisis con la eliminación de la renta de la tierra en la medida en que la teoría smithiana en este punto es sumamente defectuosa. El salario viene dado en términos físicos a nivel de subsistencia. Para simplificar supongamos que el salario consiste de una cantidad de grano determinada, g. En la producción de una determinada mercancía interviene una fuerza de trabajo total de L_a. Entonces podemos escribir que

$$P_a = L_a \, g \, P_g + Y_a, \qquad [1]$$

donde

P_a: precio de la mercancía a.
P_g: precio del grano.
Y_a: beneficio total obtenido.

Si la *cantidad de trabajo* aplicada L_a fuese aplicada *directamente sin* la ayuda de ningún bien de capital, el primer sumando de [1] no plantearía ningún problema. Pero si éste no fuese el caso, sería necesario efectuar la transformación de los diferentes bienes de capital en las cantidades de trabajo necesarias a su vez para su producción. Y esto, por supuesto, con independencia del proceso histórico de producción, efectuándolo a través del tiempo lógico y con la tecnología actual.

La resolución que Dmitriev ofrece es tan simple como brillante. Supongamos que en la producción de una unidad de la mercancía a se necesitan m clases de bienes de capital. En este proceso de producción se consumen unas cantidades dadas $k_1, k_2, \ldots, k_m$, de cada uno de aquellos bienes de capital, a la vez que se aplica un trabajo directo de a_a. Si designamos con L_i el trabajo directo e indirecto empleando en la producción de una unidad de la mercancía i, $i = 1, 2, \ldots, m, a$, podemos escribir para la mercancía a:

$$L_a = a_a + k_1 L_1 + k_2 L_2 + \ldots + k_m L_m. \qquad [2]$$

---

(4) V. K. DIMITRIEV: *Economic essays on value, competition and utility*, editado por D. M. Nuti. Cambridge University Press, 1974. La fecha de la publicación original, en ruso, es la de 1904; sin embargo, su difusión y conocimiento en el mundo occidental no se inició hasta la publicación de la traducción francesa en 1968.

Pero, dado que $k_1, k_2, \ldots, k_m$ son bienes de capital producidos, está claro que para cada uno de ellos también existirá una ecuación del tipo de [2],

$$\begin{array}{l} L_1 = a_1 + k_1^1 L_1 + k_2^1 L_2 + \ldots + k_m^1 L_m \\ \vdots \\ L_m = a_m + k_1^m L_1 + k_2^m L_2 + \ldots + k_m^m L_m. \end{array} \qquad [3]$$

El sistema de ecuaciones [3], que consiste en m ecuaciones y m incógnitas, también se puede escribir en forma matricial como sigue:

$$L = a_n + A_I L, \qquad [4]$$

donde $L = (L_1, L_2, \ldots, L_m)'$; $a_n = (a_1, a_2, \ldots, a_m)'$, y A_I es la matriz cuadrada compuesta por los coeficientes técnicos k_i^j. A partir de [4] obtenemos que el vector L de las cantidades de trabajo directa e indirectamente empleadas en la producción de los m bienes de capital viene dado como

$$L = (I - A_I)^{-1} a_n \qquad [5]$$

expresión suficientemente conocida dentro del análisis económico como para necesitar demasiados comentarios. De hecho constituye el eje central de una gran parte de los desarrollos contemporáneos de las teorías del valor trabajo (5).

En consecuencia, el primer sumando de la expresión [1] es calculable en base a los datos técnicos disponibles en el sistema. Veamos qué es lo que sucede con el segundo, con los beneficios. Para Dmitriev, "la segunda contribución importante de A. Smith al desarrollo de la teoría del valor fue el análisis de estas cantidades [los beneficios]". De hecho "están relacionados a la suma del capital gastado en la producción y al tiempo durante el cual está en circulación" (6). Esto es, si suponemos que todo el trabajo L_a es aplicado simultáneamente y empleado en su totalidad en la producción de una unidad de la mercancía a, siendo T_a el período de producción y r la tasa de beneficio común para todo el sistema, tenemos que la expresión del precio vendría dada por

$$P_a = L_a\, g\, P_g + L_a\, g\, P_g\, [(1 + r)^{T_a} - 1] = L_a\, g\, P_g\, (1 + r)^{T_a}. \qquad [6]$$

(5) Véase, por ejemplo, L. L. PASINETTI: "The notion of the vertical integration in economic analisis", *Metroeconomica*, 1973, donde nuestro L vendría representado por el vector V de los coeficientes de trabajo verticalmente integrados. Para M. MORISHIMA, en *Marx's Economics*, Cambridge University, 1973 —juntamente con la expresión [2]—, constituye la representación analítica de la teoría marxista del valor trabajo.

(6) V. K. DIMITRIEV: *Op. cit.*, pág. 46.

Una vez conocida la tasa de beneficio, r, y el precio del grano, P_g, el precio de la mercancía a sería obtenido inmediatamente.

Pero el supuesto en el que se basa la expresión [6] es sumamente restrictivo; de hecho la cantidad total de trabajo empleada en cada momento del proceso de producción no es exactamente la misma. Supongamos en su lugar que el proceso de producción tiene lugar de la siguiente forma: la mercancía en cuestión, a, es producida por medio del trabajo y un bien de capital, K_1, que a su vez es producido por trabajo y otro bien de capital, K_2, y así sucesivamente hasta el bien de capital K_m que es producido solamente por medio de trabajo (7). Entonces el precio de esta mercancía aparecería como

$$\begin{aligned} P_a = {} & a_a\, g P_g (1+r)^{t_a} + a_1\, g P_g (1+r)^{t_a+t_{a1}} + \\ & + a_2\, g P_g (1+r)^{t_a+t_{a1}+t_{a2}} + \ldots + a_m\, g P_g (1+r)^{t_a+t_{a1}+t_{a2}} + \ldots + t_{am}, \end{aligned} \qquad [7]$$

que nos da P_a, una vez conocidos P_g y r.

En consecuencia, y suponiendo que todas las mercancías del sistema presentan un proceso de producción similar, el precio relativo de las mercancías a y b vendría dado como

$$\frac{P_a}{P_b} = \frac{a_a\, g P_g (1+r)^{t_a} + a_1\, g P_g (1+r)^{t_a+t_{a1}} \ldots}{a_b\, g P_g (1+r)^{t_b} + a_1'\, g P_g (1+r)^{t_b+t_{b1}} \ldots}. \qquad [8]$$

La cantidad de trabajo que una mercancía puede adquirir, el patrón de Adam Smith, viene dada como la razón entre su precio y el salario. Dado que el salario viene dado por $g P_g$, la cantidad de trabajo que puede ser adquirida por una unidad de la mercancía a vendrá dada por

$$\frac{P_a}{P_g\, g} = a_a (1+r)^{t_a} + a_1 (1+r)^{t_a+t_{a1}} + \ldots + a_m (1+r)^{t_a+t_{a1}+\ldots+t_{am}}; \qquad [9]$$

y entonces está claro que las razones entre las cantidades de trabajo "comandado" por las mercancías a y b serán coincidentes con la razón entre los precios; en consecuencia, el *labour comanded* cumple con la primera de las condiciones antes expuestas.

Pero este patrón fracasará rotundamente en conexión con el segundo criterio, y esto porque por definición el *labour comanded*, al depender del salario, es dependiente de la distribución del producto social entre consumo necesario y excedente, y, en consecuencia, no podemos saber el valor

(7) Nótese que aquí estamos describiendo, con Dmitriev, un proceso de producción a lo largo del tiempo histórico, lo que requiere el ulterior supuesto de que la tasa de beneficio se mantiene constante a lo largo de este proceso.

de los agregados antes de conocer la distribución. Así, pues, para averiguar los cambios en la distribución necesitamos saber el valor, y para conocer los cambios en el valor es necesario conocer los cambios en la distribución.

En términos de la formulación de Dmitriev, esto se expresaría a través de la variación de $P_g g$, el salario, que repercute en la cantidad de trabajo que puede ser adquirida por el agregado de mercancías; para saber cuál es la cuantía de esta variación es necesario saber la cuantía de la variación del precio, P_a, para lo cual es necesario el previo conocimiento de la variación de la tasa de beneficio, que es precisamente lo que trata de calcularse.

Pero a pesar de esa deficiencia básica del patrón *labour comanded*, para Smith, preocupado por la acumulación del sistema, presentaba unas evidentes ventajas (8). Así, el valor del salario total pagado en el sistema representa el número de trabajadores empleados en el mismo, mientras que el valor del excedente representa el incremento potencial máximo del empleo total del sistema.

II

En David Ricardo la teoría de determinación del excedente se convierte en una teoría de determinación del beneficio, y esto, fundamentalmente, a través del descubrimiento de las condiciones que regulan la tasa de beneficio promedia del sistema. A. Smith había dejado el problema sin resolver en la medida en que se limitó al establecimiento del principio de la oferta y demanda como reguladores de la tasa de beneficio, r. De esta forma, aquélla venía determinada desde fuera del sistema de producción. David Ricardo adopta un enfoque radicalmente diferente; la tasa de beneficio va a ser determinada dentro del sistema de producción, siendo su contribución fundamental al análisis económico la determinación de las condiciones que regulan el establecimiento de la tasa de beneficio promedia del sistema.

Es sabido que en una primera instancia este problema es resuelto por Ricardo dentro del ámbito de las relaciones entre unidades físicas homogéneas sin necesidad de recurrir a valoración. En términos más concretos, en la agricultura no es un supuesto demasiado alejado de la realidad el

(8) Para un tratamiento más amplio de esta cuestión, véase P. GAREGNANI, *op. cit.*, cap. 1.

que tanto el consumo de los trabajadores como los medios de producción y el producto estén compuestos de las mismas mercancías; y en términos más restringidos, el que todos ellos vengan reducidos a grano. Entonces en la ecuación $PS - CN = E$, para la agricultura, todos los términos vendrán evaluados en grano, por lo que puede ser resuelta sin necesidad de valoración. Una vez determinada la renta de la tierra —mediante la adopción de la teoría de la renta de Malthus—, Ricardo obtiene la tasa de beneficio de la agricultura simplemente como $r_a = (E - \text{Renta})/CN$ (9). En la medida que ésta es una razón entre cantidades físicas homogéneas, resulta absolutamente independiente de los precios. Y si a esto le añadimos que estamos suponiendo que en todo el sistema hay una tasa de beneficio homogénea, está claro que serán las tasas de beneficio de los demás sectores las que, a través de las variaciones de los precios relativos, se adaptarán a ésta. En estas condiciones está plenamente justificada la afirmación de Ricardo de que "los beneficios de los agricultores regulan todos los otros beneficios".

Ante las críticas de Malthus de que no existe un sector en el sistema dotado de la suficiente homogeneidad entre el producto y los medios de producción, D. Ricardo se ve en la necesidad de valorar y, así, de buscar un patrón de valoración, y éste va a ser el trabajo incorporado, "el valor de una mercancía, o la cantidad de cualquier otra mercancía por la que se podrá cambiar, depende de la cantidad relativa de trabajo que es necesaria para su producción, y no de la mayor o menor compensación que es pagada por tal trabajo" (10).

Es necesario analizar la "bondad" de este patrón, contrastando si cumple las dos condiciones antes enunciadas. Para esto sigamos la exposición de Dmitriev, en lo concerniente al primer punto, esto es, la coincidencia de los precios y valores relativos. David Ricardo hereda el concepto de precio natural —excluyendo la renta— de Smith, por lo que podemos retomar el hilo del análisis en el punto en que lo dejamos en la sección I.

Si adoptamos el supuesto que nos permitió llegar a la expresión [6], y que también podría ser reformulado planteando que el proceso de producción se lleva a cabo solamente por una cantidad constante de trabajo, tenemos que

$$P_a = L_a\, g\, P_g\, (1 + r)^{t_a}.$$

(9) Este desarrollo corresponde a la interpretación que Sraffa hace de Ricardo en el prólogo de *On the principles of political economy and taxation*, Cambridge University Press, 1951, págs. VII-LVII (traducción castellana en Fondo de Cultura Económica).

(10) D. Ricardo: *Principios, op. cit.*, pág. 11.

Supongamos que una segunda mercancía, *b*, se produce empleando L_b trabajadores durante un período t_b. El precio relativo de estas mercancías vendría dado por

$$\frac{P_a}{P_b} = \frac{L_a g P_g (1+r)^{t_a}}{L_b g P_g (1+r)^{t_b}}, \qquad [10]$$

y si los períodos de producción son iguales, esto es, si $t_a = t_b$, tenemos $P_a/P_b = L_a/L_b$, los precios relativos coinciden con las razones entre las cantidades de trabajo incorporadas.

Pasemos ahora al caso "más realístico" en el que además de trabajo intervienen en la producción bienes de capital que son ,a su vez, producidos. Supongamos el sistema de producción que dio lugar a la expresión [7], esto es, un bien final producido por trabajo y un determinado tipo de bienes de capital, K_1, siendo éste producido por trabajo y otra clase de bienes de capital, K_2, y así sucesivamente hasta alcanzar el bien de capital m-esimo que es producido por trabajo. Si para simplificar llamamos $t_{1a} = t_a + t_{a1}$; $t_{2a} = t_a + t_{a1} + t_{a2}$, etc., tenemos que

$$P_a = a_a g P_g (1+r)^{t_a} + a_1 g P_g (1+r)^{t_{1a}} + \dots + a_m g P_g (1+r)^{t_{ma}}.$$

Si la mercancía *b* viniese producida por cantidades de trabajo $(a'_b, a'_1, \dots, a'_v)$, empleadas durante $t_b, t_{1b}, \dots, t_{vb}$ períodos, respectivamente, tendríamos que el precio relativo de las mercancías *a* y *b* vendría dado por

$$\frac{P_a}{P_b} = \frac{a_a g P_g (1+r)^{t_a} + a_1 g P_g (1+r)^{t_{1a}} + \dots + a_m g P_g (1+r)^{t_{ma}}}{a'_b g P_g (1+r)^{t_b} + a'_1 g P_g (1+r)^{t_{1b}} + \dots + a'_v g P_g (1+r)^{t_{vb}}} \qquad [11]$$

Si tenemos que los períodos de empleo de las diferentes cantidades de trabajo son iguales, esto es, $t_a = t_b$, $t_{1a} = t_{1b}$, ..., $t_{ma} = t_{vb}$ y además se da la proporcionalidad entre los empleos de los diferentes períodos, $a_a/a'_b = a_1/a'_1 = \dots = a_m/a'_v = C$, tenemos que el precio relativo queda simplificado a

$$\frac{P_a}{P_b} = \frac{a_a (1+r)^{t_a} + a_1 (1+r)^{t_{1a}} + \dots + a_m (1+r)^{t_{ma}}}{(1/C)\,[a_a (1+r)^{t_a} + a_1 (1+r)^{t_{1a}} + \dots + a_m (1+r)^{t_{ma}}]} = C =$$

$$= \frac{a_a + a_1 + \dots + a_m}{a'_b + a'_1 + \dots + a'_v}. \qquad [12]$$

Por lo tanto, los precios relativos coinciden con las cantidades relativas de trabajo incorporado. Pero tan pronto como dejen de cumplirse la igualdad de los períodos o la proporcionalidad de las cantidades de trabajo aplicadas en cada momento (la igualdad de las composiciones orgánicas), los precios relativos al depender de la tasa de beneficio ya no coinciden con los valores trabajo. Así, pues, se obtiene que el patrón ricardiano no cumple el primero de los requisitos de Garegnani.

El cumplimiento del segundo requisito es obvio y no necesita mayor explicación ,ya que la cantidad de trabajo necesaria para producir un determinado agregado de mercancías depende solamente de la tecnología del sistema, como se demostró en la expresión [5] y, por lo tanto, es completamente independiente de la tasa de beneficio. La independencia entre el patrón ricardiano y la tasa de beneficio es total.

Pero a pesar de esa deficiencia, Ricardo encontró, como ya vimos, la forma de determinar la tasa de beneficio del sistema desde dentro de la esfera de producción; sigamos también a Dmitriev en esta exposición. Los precios de producción de las divesas mercancías del sistema, *a, b, c,* etcétera, vendrán dados de acuerdo con las expresiones ya estudiadas,

$$
\begin{aligned}
P_a &= a_a\, g\, P_g (1 + r)^{t_a} + a_1\, g\, P_g (1 + r)^{t_{1a}} + \dots + a_m\, g P_g (1 + r)^{t_{ma}} \\
P_b &= a'_b\, g\, P_g (1 + r)^{t_b} + a'_1\, g\, P_g (1 + r)^{t_{1b}} + \dots + a'_v\, g\, P_g (1 + r)^{t_{vb}} \quad [13] \\
&\vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots
\end{aligned}
$$

Las incógnitas son cuatro: P_a, P_b, P_g y r. Cada nueva ecuación añade una nueva incógnita, por lo que siempre tendremos dos incógnitas más que ecuaciones, y fijando una de ellas como numerario tenemos una incógnita más que ecuaciones. "La contribución inmortal de D. Ricardo fue su brillante solución de este problema aparentemente insoluble", y consistió en darse cuenta que la ecuación de producción de la mercancía que constituía el salario, g, no añade ninguna incógnita, permitiendo el cálculo inmediato de la tasa de beneficio y así la resolución de todo él sistema de precios. Esta ecuación de producción de la mercancía-salario quedaría como

$$P_g = a_g\, g\, P_g (1 + r)^{t_g} + a_{1g}\, g P_g (1 + r)^{t_{1g}} + \dots + a_{mg}\, g\, P_g (1 + r)^{t_{mg}}, \qquad [14]$$

y tras su simplificación resulta

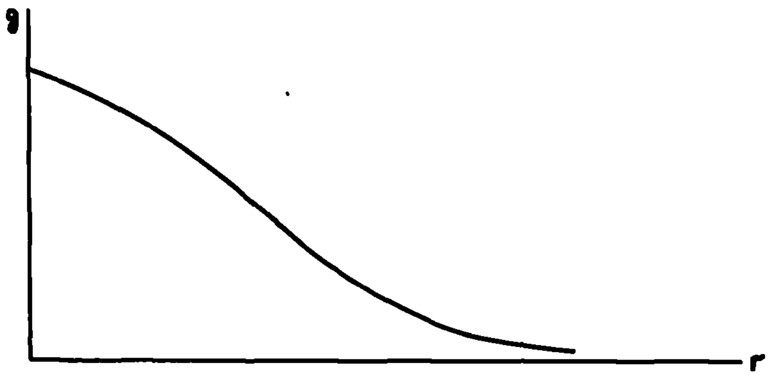
$$g\, [a_g (1 + r)^{t_g} + a_{1g} (1 + r)^{t_{1g}} + \dots + a_{mg} (1 + r)^{t_{mg}}] - 1 = 0, \qquad [15]$$

ecuación con una única incógnita, r, que así puede ser calculada.

La expresión [15] constituye la frontera salario-beneficio de este sistema. Analicemos brevemente sus características. Para esto escribamos [15] como

$$g = \frac{1}{a_g (1 + r)^{t_g} + a_{1g} (1 + r)^{t_{1g}} + \ldots + a_{mg} (1 + r)^{t_{mg}}}. \qquad [16]$$

En primer lugar se ve inmediatamente que $dg/dr < 0$, esto es, que cada aumento del salario físico va a implicar una disminución de la tasa de beneficio. Pero dado que tanto el numerador como el denominador son positivos, la única tasa de beneficio que puede proporcionar un salario nulo es $r \longrightarrow \infty$. Por el contrario, cuando $r = 0$ existe un salario máximo finito. En consecuencia, la línea salario-beneficio general de este sistema puede representarse como



Así queda claramente establecida la relación inversa entre el salario real y la tasa de beneficio.

Todo esto que acabamos de estudiar no es más que la formulación analítica de la determinación de la tasa del beneficio del sistema, en base a la agricultura, que ofrecimos al principio de esta sección. Pero es una de las propiedades de este sistema que el cálculo de la tasa de beneficio no está restringido al supuesto de que los trabajadores consuman solamente una mercancía, el grano en la formulación de Ricardo, sino que se puede extender inmediatamente al caso en que los trabajadores consuman varias mercancías. La primera demostración de la posibilidad de esta extensión es debida a Dmitriev.

Supongamos que el consumo de cada trabajador consiste de g unidades de la mercancía γ, α unidades de la mercancía a, β unidades de la mercancía *b*, etc. Las ecuaciones de los precios de cada una de estas mercancías vendrán dadas como

$$P_g = a_g\,[g\,P_g + \alpha\,P_a + \beta\,P_b + \ldots]\,(1 + r)^{t_g} + a_{1g}\,[g\,P_g + \alpha\,P_a + \\ + \beta\,P_b + \ldots]\,(1 + r)^{t_{1g}} \ldots$$

$$P_a = a_a\,[g\,P_g + \alpha\,P_a + \beta\,P_b + \ldots]\,(1 + r)^{t_a} + a_{1a}\,[g\,P_g + \alpha\,P_a + \\ + \beta\,P_b + \ldots]\,(1 + r)^{t_{1a}} \ldots$$

$$P_b = a_b\,[g\,P_g + \alpha\,P_a + \beta\,P_b + \ldots]\,(1 + r)^{t_b} + a_{1b}\,[g\,P_g + \alpha\,P_a + \\ + \beta\,P_b + \ldots]\,(1 + r)^{t_{1b}} \ldots \qquad [17]$$

Multiplicando la primera ecuación por *g*, la segunda por α, la tercera por β, etc., sumándolas todas y simplificando a través de la división por $(g\,P_g + + \alpha\,P_a + \beta\,P_b + \ldots)$, finalmente obtenemos

$$1 = a_g\,g\,(1 + r)^{t_g} + a_{1g}\,g\,(1 + r)^{t_{1g}} + \ldots + a_a\,\alpha\,(1 + r)^{t_a} + \\ + a_{1a}\,\alpha\,(1 + r)^{t_{1a}} + \ldots + a_b\,\beta\,(1 + r)^{t_b} + a_{1b}\,(1 + r)^{t_{1b}} + \ldots, \qquad [18]$$

ecuación en la que la única incógnita es la tasa de beneficio que puede ser entonces calculada. "Consecuentemente podemos establecer que el nivel de la tasa de beneficio, *r*, es determinado por los costes de producción de los productos consumidos por los trabajadores" (11). De esta forma, la tasa de beneficio aparece completamente determinada desde "dentro" del sistema, sin necesidad de tener que recurrir a la oferta y la demanda para la fijación de su nivel.

---

(11) DMITRIEV: *Op. cit.*, págs. 60-61. Este resultado es expresado por Ricardo en los siguientes términos: "La tasa de beneficio y de interés depende de la proporción de la producción al consumo necesario para tal producción", o cuando utiliza el trabajo incorporado, "en todos los países y en todas las épocas, los beneficios dependen de la cantidad de trabajo necesario para proveer los bienes necesarios de los trabajadores en aquella tierra... que no produce renta". Hay que destacar que este notable resultado fue alcanzado también por L. L. PASINETTI, "la tasa de beneficio... es determinada por las condiciones de producción de los bienes salariales, siendo enteramente independiente de las condiciones de producción de los bienes de lujo", en "A mathematical formulation of the Ricardiam System", *The Review of Economic Studies*, 1960 (reimpreso en Growth and Income Distribution Essays in Economic Theory. Cambridge University Press, 1974).

Este cálculo de Dmitriev oscurece el papel jugado por el patrón de Ricardo, el trabajo incorporado. Para colocarlo en un primer plano bastaría con expresar los precios del sistema en términos de una mercancía que "en cualquier tiempo y lugar requiriese la misma cantidad de trabajo para ser producida". En este caso, que de hecho es también el de Dmitriev, los precios serían independientes de la distribución sólo si las condiciones de producción del sistema fuesen aquellas que vimos que eran necesarias para que [12] se cumpliese, con lo que nos remitiríamos a aquella pieza del análisis.

III

El paso siguiente de la elaboración de la teoría del beneficio en el marco en que nos movemos, va a venir con Sraffa y Producción de Mercancías por Medio de Mercancías (12). El avance con respecto al estadio en que Dmitriev dejara la teoría del beneficio, y la teoría del valor, va a ser triple. En primer lugar, Dmitriev había supuesto rendimientos constantes; Sraffa no va a establecer ningún tipo de supuesto sobre los rendimientos, ya que "la investigación trata solamente con aquellas propiedades de un sistema económico que no dependen de cambios en la escala de producción o en las proporciones de los factores". En segundo lugar, Sraffa va a abandonar el salario fijado en términos físicos a nivel de subsistencia [el g de Ricardo o el (g, α, β, ...) de Dmitriev], planteando que el salario puede estar por encima de este nivel, dado que "además del siempre presente elemento de subsistencia, puede incluir una participación en el producto excedente". De esta forma, el salario va a ser una nueva variable del sistema. Y esto va a facilitar el planteamiento de la cuestión de que va a ocurrir a la tasa de beneficio cada vez que varíe el nivel del salario. La respuesta a esta pregunta va a colocar a Sraffa en la búsqueda de un patrón invariante, y así diferenciar definitivamente su análisis de aquel que realizara antes Dmitriev, ya que éste ni siquiera se planteó la cuestión del patrón invariante (debido, fundamentalmente, a la posesión de un salario de subsistencia). Y en tercer lugar, Sraffa va a dar un paso adelante en la forma en que concibe el proceso de producción. Dmitriev, en el análisis que realizamos antes, estableció y trabajó alternativamente con dos tipos de sistemas de producción; con ocasión del cálculo de las cantidades de trabajo incorporadas, expresión [3], planteaba un sistema en el que m mercancías eran producidas a través de su propia utilización y trabajo. Pero, posteriormente, para el cálculo de la tasa de beneficio recurre a un sistema en el que diversas cantidades de trabajo aplicadas en diferentes momentos del tiempo obtienen un determinado producto (13). Sraffa va a

(12) Cambridge University Press, 1960.

(13) La razón de este cambio de estructura parece que surge de una confusión de Dmitriev entre el proceso de producción a través del tiempo lógico y el proceso de producción a través del tiempo histórico. El hecho de que un proceso de producción del tipo de la expresión [3], que aun teniendo lugar en un solo período del tiempo histórico puede ser descompuesto en infinitos estratos a través del tiempo lógico, no capacita directamente para el cambio de un proceso a otro, a menos que se establezca como supuesto y se tengan presentes sus limitaciones.

adoptar definitivamente el primer tipo de sistema de producción, aquel en que *mercancías son producidas por medio de mercancías y trabajo.*

El sistema de Sraffa puede escribirse, en términos matriciales, del siguiente modo:

$$P = a_n w + P A (1 + r) \qquad [19]$$

donde

- P : vector (lxm) de los precios de producción.
- A: matriz (mxm), donde cada columna j representa las cantidades de las diversas mercancías necesarias para producir una unidad de la mercancía j.
- a_n: vector (lxm), donde el elemento j representa la cantidad de trabajo necesaria para producir una unidad de la mercancía j.
- r: tasa de beneficio.
- w: salario.

En este sistema hay $n + 2$ incógnitas y sólo n ecuaciones. Entonces una de estas variables tendrá que ser fijada desde fuera del sistema de producción, aunque, por supuesto, esto no quiere decir que la teoría que la fije no sea n económica, sino simplemente externa al sistema de producción.

El primer paso a dar va a ser el análisis de la relevancia económica del sistema [19]; en concreto, el análisis del signo del vector de precios para todo el rango de variación posible del salario y de la tasa de beneficio.

Cuando la tasa de beneficio se iguala a cero, $r = 0$, el sistema [19] queda reducido a

$$P = a_n w (I - A)^{-1}, \qquad [20]$$

y dado que A es por definición una matriz semipositiva $(I - A)^{-1}$, también lo es, y como a_n es estrictamente positivo, tenemos que el vector de precios es semipositivo. En este caso, los precios de producción son proporcionales a las cantidades de trabajo incorporado (e iguales si elegimos $w = 1$ como numerario) (14).

Cuando es el salario el que iguala a cero ($w = 0$), todo el excedente

(14) Para una exposición detallada de este punto, así como por su conexión con el análisis que sigue, véase L. L. PASINETTI, *Lezioni di teoria della produzione*, il Mulino, Bologna, 1975, cap. 5, espec., págs. 95-112. Véase también el apéndice A del presente artículo.

va a ir a los salarios, por lo que la tasa de beneficio será máxima, R. La expresión [19] pasa a ser después de simplificaciones

$$P\,[\lambda I - A] = 0, \tag{21}$$

donde

$$\lambda = \frac{1}{1+R}. \tag{22}$$

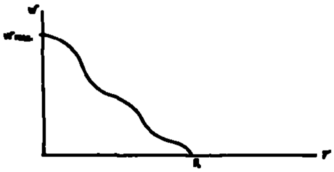
En base al teorema de Perron-Frobenius (15) podemos asegurar que existirá un único autovalor, λmáx., que es real y positivo, máximo en módulo y al que está asociado un autovector no-negativo. Esto es, existe un vector de precios que es no-negativo. Por otra parte, λmáx. es tal que $R > 0$, siempre que el sistema sea productivo, esto es, siempre que el sistema sea capaz de producir un excedente.

En el caso intermedio en el que $r \neq 0$ y $w \neq 0$, la expresión de los precios viene dada como

$$P = a_n w\,[I - A\,(1 + r)]^{-1}. \tag{23}$$

Pero en función de los teoremas de Perron-Frobenius (16) tenemos que la matriz $[I - A\ (1 + r)]^{-1}$ es $\geqq 0$, y como consecuencia P es semipositivo.

A resultas de lo que antecede podemos afirmar que el sistema de Sraffa tiene sentido económico para cualquier nivel del salario y de la tasa de beneficio (entre cero y R). Pero el hablar de niveles de w o r nos coloca inmediatamente delante de otra cuestión: ¿Cuál es la relación existente entre las variaciones del salario y de la tasa de beneficio? En otras palabras, ¿cómo es la línea salario-beneficio de este sistema? Por una parte, sabemos que tanto el w máximo como el r máximo (R) son finitos, y, por otra ,es muy fácil demostrar (tomando la ecuación de cualquier precio y fijando éste como numerario) que $dw/dr < 0$. Pero la relación concreta va a ser muy complicada. En este estadio sólo podemos asegurar que va a ser decreciente y probablemente muy irregular, como sigue



(15) Véase F. R. GANTMACLER, *The theory of matrices*. New York, 1959, vol. II, capítulo 8.

(16) Véase L. L. PASINETTI, *op. cit.*, págs. 322-323. Este teorema nos asegura que la matriz $(I - \delta A)^{-1}$ es una función creciente de δ, si $\delta < 1/\lambda$máx., que es nuestro caso. En la medida en que $(I - A)^{-1} \geqq 0$, que es el caso en que $r = 0$, y, por lo tanto, $\delta = 1$, al aumentar r, y, por lo tanto, δ, también lo haría la matriz, que, por consiguiente, seguirá siendo semipositiva.

El hecho de que aquí aparezca un R (r máx.), que en Dmitriev no aparecía, es la consecuencia del cambio introducido por Sraffa en lo que respecta al sistema de producción, que ahora produce mercancías por medio de mercancías, y con Dmitriev producía mercancías por medio de trabajo. Pero esto no desvirtúa de ningún modo el que el enfoque adoptado por ambos sea básicamente el mismo.

El hecho de que la relación entre w y r sea tan irregular se debe a que los cambios en, digamos, w no sólo van a hacer variar a r en la dirección contraria, sino que también van a afectar al precio que se usa como numerario, que al variar va a afectar también a la relación entre w y r. Pero si encontrásemos una industria cuyo precio no variase al variar w y r, al usarla como numerario esta interferencia ya no se daría, con lo que la relación entre w y r aparecería libre de los efectos de la variación del numerario. La tarea de Sraffa va a ser entonces la búsqueda de esta industria, aunque está claro que "no es probable que pueda hallarse una mercancía individual que posea, aun aproximadamente, los requisitos necesarios. No obstante, una mezcla de mercancías o una "mercancía compuesta" también serviría", y ésta debe ser tal que "consista de las mismas mercancías (combinadas en las mismas proporciones) que el agregado de sus propios medios de producción".

Esta proporcionalidad puede escribirse, en términos matriciales, como

$$A\,X = \mu\,X, \qquad [24]$$

donde X es un vector (hxl) de *outputs*; el escalar μ es el factor de proporcionalidad entre *outputs* y medios de producción, y A es la matriz de coeficientes técnicos de producción (hxh), no-negativa e indescomponible. Entonces, μ es el autovalor económicamente significativo de la matriz A; esto es, $\mu = \lambda$ máx. $= 1/1 + R$. En base al teorema de Perron-Frobenius obtenemos que existe un vector positivo X^* que cumple la ecuación [24]. Esta puede ser escrita ahora como

$$(1 + R)\,A\,X^* = X^*, \qquad [25]$$

donde X^* es la mercancía compuesta con las proporciones que buscamos, que llamaremos Mercancía Patrón, y donde además vemos que la tasa entre la cantidad de cada mercancía en el producto neto y en los medios de producción es igual a la tasa máxima de beneficio del sistema.

Pero todavía tenemos que fijar la escala de producción del sistema que acabamos de definir (esto es, el que produce las mercancías en la proporción X^*) y que Sraffa denomina Sistema Patrón. El sistema patrón funcionará a un nivel tal que emplee la misma cantidad de trabajo que el sistema real, que por conveniencia conviene fijar igual a la unidad.

$$a_n X^* = L = 1. \quad [26]$$

En estas condiciones se toma como "nivel de la Mercancía Patrón" aquella que forma el producto neto del Sistema Patrón, adoptándola como numerario, lo que equivale a fijar su valor igual a la unidad,

$$P(I - A) X^* = 1. \quad [27]$$

Resolvamos entonces el sistema de precios general del sistema *efectivo*

$$a_n w + P A (1 + r) = P \quad [28]$$

utilizando [27] como numerario. Postmultiplicando [28] por X^* y reordenando se tiene

$$a_n X^* w + PArX^* = P(I - A) X^*,$$

que en base a [26] y [27] puede escribirse como

$$w + P A X^* r = 1, \quad [29]$$

pero PAX^* representa el valor de los medios de producción del sistema patrón, que por construcción es igual a $1/R$ veces el valor del producto neto patrón; esto es, $PAX^* = (1/R) P(I - A) X^*$. Pero en base a [27] el valor del producto neto patrón es igual a la unidad, por lo que tenemos que $PAX^* = 1/R$, por lo que tras su sustitución en [29] y la correspondiente reordenación obtenemos

$$r = R(1 - w), \quad [30]$$

que es la relación existente en el sistema *efectivo* (17) entre el salario en términos de mercancía patrón y la tasa de beneficio. De esta forma obtenemos la relación entre el salario y la tasa de beneficio sin ninguna interferencia de los precios, razón por la que obtenemos una relación lineal.

Antes de centrarnos en el estudio de algunas de las propiedades de esta Mercancía Patrón parece conveniente detenerse un momento para analizar el modo a través del cual obtuvimos la relación [30], que una vez

(17) La demostración de que esta relación también opera en el sistema patrón es obvia, ya que en este caso la razón entre el producto neto y los medios de producción existe en términos físicos; pero la unidad de la mercancía patrón es el producto neto de éste; entonces $R = 1/\text{medios de producción}$. Por otra parte, la tasa de beneficio en el sistema patrón también puede aparecer en términos físicos si los salarios se expresan en términos de la mercancía patrón, $r = (1 - w)/\text{medios de producción}$; en consecuencia tenemos que $r = R(1 - w)$.

que el salario viniese fijado por cualquier otra teoría (recuérdese que hasta ahora se fijaba a nivel de subsistencia, pero este recurso ya ha sido abandonado por Sraffa) nos permitiría calcular la tasa de beneficio. Entonces en la determinación de r intervienen las condiciones de producción expresadas por la matriz A. Pero esta matriz fue definida como indescomponible, lo que, en *términos económicos*, quiere decir que en este sistema no existe ninguna mercancía que no entre en la producción de todas las mercancías. Todas aquellas mercancías que siendo producidas por el sistema no entran en la producción de todas las demás, las mercancías no-básicas que son *m-h,* ya que la matriz A pasó de ser (mxm) a ser (hxh), son eliminadas del sistema. Entonces podemos establecer que la tasa de beneficio del sistema depende de las condiciones de producción de las mercancías que entran en la producción de todas las mercancías (y que Sraffa llama básicas). De esta forma, esta determinación de la tasa de beneficio constituye una generalización del sistema planteado por Ricardo-Dmitriev-Pasinetti, en la medida en que la categoría restringida de los bienes salariales aparece ahora sustituida por la más amplia de las mercancías básicas.

Analicemos ahora en qué medida el patrón de valor que acabamos de "fabricar" cumple con los requisitos antes establecidos. El cumplimiento del primero de ellos es obvio; cada uno de los precios del sistema en términos del nuevo patrón parecería como $P_i/P(I-A)Y^*$, $\forall i$. Por lo tanto, las mercancías en términos del patrón mantendrán las proporciones a las que serán intercambiadas.

Iniciemos el análisis del segundo requisito, estudiando en qué medida el valor del producto de la industria patrón (del sistema patrón) es independiente de las variaciones de la tasa de beneficio.

Dado que el producto patrón (y, por lo tanto, cualquier mercancía que posea esa composición) es el autovector derecho de la matriz A, como sabemos, tenemos que

$$A\,Y^* = \mu\,Y^*,$$

siendo Y^* el producto neto patrón, y $\mu = \dfrac{1}{1+R}$.

Por otra parte, tenemos que el valor del producto neto patrón es

$$P\,Y^* = a_n w^* \,[I - A\,(1+r)]^{-1}\,Y^*. \qquad [31]$$

Expansionando el paréntesis tenemos

$$P\,Y^* = a_n w^* \,[Y^* + A\,Y^*(1+r) + A^2\,Y^*(1+r)^2 + A^3\,Y^*(1+r)^3 \ldots].$$

Dado que es posible demostrar que

$$A^t Y^* = \mu^t Y^* \equiv \left(\frac{1}{1+R}\right)^t Y^*, \qquad [32]$$

tenemos que

$$PY^* = a_n w Y^* \left[1 + \frac{1+r}{1+R} + \left(\frac{1+r}{1+R}\right)^2 + \left(\frac{1+r}{1+R}\right)^3 + \dots\right] =$$
$$= a_n Y^* w^* \frac{1+R}{R-r}.$$

Pero en base a la relación [30] tenemos que $w = \dfrac{R-r}{R}$; tras su sustitución en la anterior fórmula obtenemos

$$PY^* = a_n Y^* \frac{1+R}{R}, \qquad [33]$$

que demuestra que el valor de la mercancía patrón —o de cualquier otra mercancía en estas proporciones— es completamente independiente de la tasa de beneficio, y, por lo tanto, las variaciones de aquel valor son conocidas con anterioridad a las variaciones de r.

Pero todavía podemos llevar esta demostración un paso más adelante, en la medida en que es posible establecer que la relación entre las cantidades totales de trabajo incorporadas en el producto neto patrón y las cantidades directas de trabajo aplicadas al mismo viene dada como (18)

$$VY^* = a_n (I - A)^{-1} Y^* = a_n Y^* \frac{1+R}{R}. \qquad [34]$$

Entonces, tras la sustitución de [34] en [33] obtenemos que $PY^* = VY^*$, por lo que podemos concluir que el valor, en precios, de la mercancía pa-

(18) La demostración ofrecida por L. L. PASINETTI, *op. cit.*, pág. 113-125, es como sigue. La cantidad de trabajo incorporada en una unidad de cada mercancía viene dada por [20],

$$V = P_v = a_n (I - A)^{-1} = a_n (I + A + A^2 + \dots),$$

de donde el valor trabajo, las cantidades de trabajo incorporadas, del producto neto patrón vendría dado por

$$VY^* = P_v Y^* = a_n (Y^* + AY^* + A^2 Y + \dots),$$

y en base a [32] tenemos que

$$VY^* = a_n Y^* \left(1 + \frac{1}{1+R} + \frac{1}{(1+R)^2} + \frac{1}{(1+R)^3} + \dots\right) = a_n Y^* \frac{1+R}{R}$$

trón es igual a la cantidad de trabajo incorporada en aquella mercancía. Esta es la razón última que hace que aquel valor-precio tenga que ser independiente de la tasa de beneficio; esta coincidencia precio-valor trabajo de la mercancía patrón es un elemento fundamental de la misma.

Pero está claro que esta demostración que antecede sólo es válida para el caso de que el producto Y^* esté en las proporciones precisas de la mercancía patrón, ya que de otra forma no sería autovector derecho de la matriz A y, por lo tanto, no se seguiría la transformación [32]. Esto es, en el caso general la variación del salario ya no será exactamente la suficiente para compensar las variaciones de la tasa de beneficio. En efecto, el valor del producto neto del sistema real vendría dado por

$$PY = a_n w^* [I - A(1 + r)]^{-1} Y,$$

que dado que el sistema real, al venir w^* en términos de la mercancía patrón, cumple [30], tenemos

$$PY = a_n \frac{R - r}{R} [I - A(1 + r)]^{-1} Y. \qquad [35]$$

Las variaciones del valor del producto cuando varía la tasa de beneficio vienen dadas por

$$\frac{dPY}{dr} = a_n \left\{ \frac{R - I}{R} [I - A(1+r)]^{-1} + \frac{R - r}{R} \cdot \frac{d[I - A(1 + r)]^{-1}}{dr} \right\} Y. \qquad [36]$$

El segundo sumando es siempre mayor o igual a cero, ya que $[I - A(1 + r)]^{-1}$ es función no decreciente de r, en tanto que el primero, dependiendo de si $R \gtreqless 1$, será $\gtreqless 0$. Entonces, en el caso general existirá variación en el producto de un sistema medido en términos de la mercancía patrón, a no ser que éste esté en las mismas proporciones que aquélla. En otras palabras, la mercancía patrón no es un patrón invariable porque los diversos agregados de mercancías no varíen en valor cuando varíe la tasa de beneficio del sistema, sino porque es ella misma (su propio valor) la que no varía.

¿Cómo se cumple entonces la segunda condición de un patrón óptimo, ya que aparentemente parece que estamos incurriendo en un razonamiento circular? Para conocer las variaciones en el valor de los agregados es necesario conocer las variaciones en la tasa de beneficio, y aquéllas serán utilizadas para la determinación de éste. ¿Dónde se rompe la cadena entonces? La respuesta está en la expresión [30] y en el hecho de que la tasa de beneficio en el sistema patrón sea calculada en téminos físicos, lo que la "independiza de sí misma" al no existir aquí elementos de valoración. Pues bien, "la *misma* tasa de beneficio, que en el sistema patrón se obtiene como una razón entre cantidades de mercancías, resultará en el sistema efectivo de la razón de agregados de valores" (19). De esta forma, y por medio de la utilización de la mercancía patrón, la tasa de beneficio del sistema es conocida en base a agregados de mercancías en términos físicos, sin interferencias de los precios y, por lo tanto, libre de sus propias interferencias. De esta forma, no los agregados de mercancías, pero sí las razones entre los agregados de mercancías (excedente/consumo necesario de nuestra anterior terminología) son conocidos con anterioridad a las variaciones de la tasa de beneficio, por lo que la circularidad que se trataba de evitar en el criterio 2 queda definitivamente salvada.

Es en este sentido en el que se puede afirmar que la mercancía patrón es un patrón óptimo de valor.

Prosigamos nuestro análisis en otra dimensión. En la expresión [36] veíamos que, en general, el valor del producto del sistema efectivo variaba cuando lo hacía la tasa de beneficio. Ahora planteamos la siguiente pregunta: ¿Existe algún sistema efectivo en el que, por sus características especiales, no se dé aquella variación?

Supongamos que el sistema es tal que existen idénticas intensidades de capital en todos sus sectores. Esto implica, como vimos en [12], que los precios son proporcionales a las cantidades de trabajo incorporadas, independientemente de r. Pero cuando $r = R$, teníamos que P, el vector de precios, era el autovector de la matriz A, expresión [21]; luego el vector de las cantidades de trabajo incorporadas, $a_n (I - A)^{-1} = V^*$, al ser proporcionales a P, también será un autovector de A. Pero es posible demostrar (20) que $a^*_n = \dfrac{R}{1 + R} V^*$, por lo que también será un autovector de A; esto es, $a^*_n A = a^*_n \lambda_m = a^*_n \dfrac{1}{1 + R}$.

(19) P. Sraffa, *op. cit.*, pág. 23.

(20) Véase L. L. Pasinetti, *op. cit.*, pág. 101, nota 9, núm. 9.

$$a^*_n = V^* (I - A) = V^* - V^* A = V^* - \lambda_m V^* =$$

$$= V^* (1 - \lambda_m) = \frac{R}{1 + R} V^*.$$

El valor del producto neto de este sistema o de cualquier otro agregado de mercancías, Y, viene dado por

$$PY = a^*_n w\,[I - A\,(1 + r)]^{-1}\,Y =$$

$$= [a^*_n + a^*_n A\,(1 + r) + a^*_n A^2\,(1 + r)^2 + \ldots]\,Yw. \qquad [37]$$

Pero dado que a^*_n es autovector de A,

$$PY = [a^*_n + a^*_n \lambda_m\,(1 + r) + a^*_n \cdot \lambda^2_m\,(1 + r)^2 + \ldots]\,Yw =$$

$$= a^*_n \left[1 + \frac{1 + r}{1 + R} + \left(\frac{1 + r}{1 + R}\right)^2 + \ldots\right] Yw =$$

$$= a^*_n\, w \left(\frac{1 + R}{R - r}\right) Y. \qquad [38]$$

Pero en un sistema con estas características ocurre que (21)

$$r = R\,(1 - w).$$

Sustituyendo en [38],

$$PY = a^*_n \frac{1 + R}{R}\,Y. \qquad [39]$$

Por lo tanto, concluimos que el valor de cualquier agregado de mercancías de un sistema con intensidades de capital iguales en todos sus sectores, es independiente de la tasa de beneficio. Esto, unido al hecho de que en este sistema los precios son proporcionales a las cantidades de trabajo incorporadas, hacen del trabajo incorporado un patrón óptimo.

---

(21) Véase L. L. PASINETTI, *op. cit.*, págs. 109-110.
En el vector de precios del sistema, $P = a^*_n w + P\,A\,(1 + r)$, dado que aquéllos son inveriantes a cambios en r, tenemos que $P^*\,A = \lambda_m P^*$, luego la expresión de los precios aparece como

$$p^* = a^*_n \frac{w}{1 - (1 + r)\,\lambda_m} = a^*_n \frac{w}{1 - (1 + r) \cdot 1/(1 + R)}.$$

Pero si fijamos $w = 1$ sabemos que $p^* = V^*$. Pero dado que en la nota (2) demostramos que $a^*_n = \dfrac{R}{1 + R} V^*$, tenemos que

$$\frac{1 + R}{R} = \frac{w\,(1 + R)}{R - r},$$

de donde se obtiene que

$$r = R\,(1 - w).$$

De hecho es inmediato el demostrar, desde [39], que el valor-precio de cualquier agregado de mercancías en este sistema se iguala al trabajo incorporado. Sustituyendo [34] en [39] tenemos

$$PY = a_n (I - A)^{-1} Y = VY. \qquad [40]$$

Luego en este sistema específico los precios son proporcionales a las cantidades de trabajo incorporado y el valor de los agregados se iguala a las cantidades de trabajo necesarias para producirlo. Por lo tanto, el trabajo incorporado es un patrón óptimo. Este fue el caso considerado por Ricardo para la operación de su patrón de valor.

Pero cuando se da el paso al caso general, a un sistema con cualquier intensidad de capital en los diferentes sectores, el patrón trabajo incorporado deja de ser óptimo y tiene que ser reemplazado por la mercancía patrón, que aun cuando el valor de los diferentes agregados de mercancías medidos en términos de él varíe cuando varía la tasa de beneficio, ésta es determinada independientemente de aquellas variaciones en valor. En este sentido, la mercancía patrón no es más que la generalización del patrón ricardiano.

APENDICE A

Consideremos un sistema *input-output* de Leontief, escrito como

$$AX + Y = X \qquad [1\text{-A}]$$

$$a_n X = 1,$$

1: empleo total del sistema.
X: vector (mxl) de los *outputs* totales.
Y: vector (mxl) de los productos netos del sistema.
a_n: vector (lxm) de los coeficientes técnicos de trabajo.
A: matriz (mxm) de los coeficientes técnicos del sistema.

El sistema funciona con rendimientos constantes a escala.
Operando en [1-A] tenemos

$$X = (I - A)^{-1} Y. \qquad [2\text{-A}]$$

Supongamos que el producto neto del sistema es el vector unidad $e =$ $= (1, 1, ..., 1)'$. Entonces

$$X = (I - A)^{-1} e.$$

En esta expresión tenemos que la columna i-ésima de la matriz $(I-A)^{-1}$ representa el conjunto heterogéneo las m mercancías necesarias en todo el sistema para producir una unidad neta de la mercancía i-ésima. Esto para $i = 1, 2, ..., m$.

En consecuencia, el vector $a_n (I-A)^{-1}$ representa el vector de las cantidades de trabajo directa e indirectamente necesarias para la obtención de una unidad neta de cada mercancía. Esto es,

$$L = a_n (I-A)^{-1}. \qquad [3\text{-A}]$$

Pero [3-A] también puede escribirse como

$$L(I-A) = a_n, \qquad [4\text{-A}]$$

y de aquí

$$L = a_n + AL. \qquad [5\text{-A}]$$

Pero ésta es exactamente la misma expresión que [4] (aunque con los términos traspuestos) a la que habíamos llegado a través del sistema de producción simultánea de Dmitriev, que en este sentido constituye exactamente el mismo sistema que el de Leontief, con lo que se sitúa como su antecedente más cercano. De todas formas, "el aparato analítico de Leontief añade dos cosas: (i) un método para la computación real de la solución, esto es, la inversión de la matriz $(I-A)$..., y (ii) la generalización de la noción del *input* total (esto es, de los requisitos directos e indirectos de *inputs*) del trabajo a los otros *inputs* de producción" (22).

En cualquier caso, la similaridad entre ambos tratamientos es realmente notable.

El sistema de Sraffa, como apuntábamos al inicio de la sección III, también presenta similaridades con esta estructura; de hecho también centra su análisis en un sistema de producción interdependiente del tipo de [1-A], aunque establezca diferencias notables, como ya mencionamos. El no adoptar ningún supuesto sobre los rendimientos, y el centrar su estudio sobre las propiedades teóricas de este sistema, serán los elementos que den a su análisis el carácter genuino que posee.

En consecuencia, aparece claro que los tres sistemas forman parte de la misma línea troncal de pensamiento.

(22) D. M. MUTI, *Introducción a Dmitriev, op. cit.*, págs. 8-9.

APENDICE B

En la sección I vimos que el patrón adoptado por A. Smith, la cantidad de trabajo que una mercancía puede adquirir (*labour commanded*), aun a pesar de poseer una serie de ventajas, era un patrón básicamente defectuoso debido a su fallo estrepitoso de no cumplir el segundo requisito, cayendo, por lo tanto, en razonamientos circulares.

Volvamos ahora al análisis sraffiano. Como vimos ántes, si el salario se expresa en términos de la mercancía patrón, tenemos que $r = R(1 - w)$. Pero lo contrario también es cierto, de modo que si imponemos al sistema aquella relación estaremos usando como patrón el producto neto patrón, de modo que los precios y los salarios vendrán en términos de éste. De modo que si escribimos el sistema de precios como

$$P = a_n w + PA(1 + r) \qquad [1\text{-B}]$$

$$r = R(1 - w) \qquad [2\text{-B}]$$

estaremos expresando los precios y el salario en términos del producto neto patrón aun sin conocer su composición.

Pero la expresión [2-B] también puede escribirse como

$$\frac{1}{w} = \frac{R}{R - r} \qquad [3\text{-B}]$$

y dado que el salario viene en términos del producto neto patrón, que se iguala a la unidad, resulta que $1/w$ representa "la cantidad de trabajo que puede ser adquirida por el producto neto patrón". "Así, todas las propiedades de 'un patrón invariable de valor'... se encuentran en una cantidad variable de trabajo que, no obstante, varía de acuerdo a una simple regla que es independiente de los precios: esta unidad de medida aumenta en magnitud con la disminución del salario, esto es, con el aumento de la tasa de beneficio, de forma que de ser igual al trabajo anual del sistema —la unidad— cuando la tasa de beneficio es cero (23), aumenta sin límite a medida que la tasa de beneficio se aproxima a su valor máximo, R." "Es sorprendente —dice Sraffa— que la mercancía pa-

(23) Cuando la tasa de beneficio es cero, el *labour commanded* y el trabajo incorporado en el producto neto patrón son iguales —no podía ser de otra forma—, al igualarse los dos a la unidad.

trón... sea equivalente a algo muy cercano al patrón sugerido por Adam Smith, el *labour commanded*" (24).

La diferencia entre el trabajo que puede ser adquirido (*labour commanded*) por cualquier mercancía de Smith y el trabajo que puede ser adquirido (*labour commanded*) por el producto neto patrón consiste en que mientras que el primer concepto depende de los precios de las respectivas mercancías, como se vio en la expresión [9], el trabajo "comandado" por el producto neto patrón no depende de los precios, sino solamente de una tasa de beneficio que a su vez tampoco depende de los precios. Entonces las razones que invalidaron el patrón en el caso de Smith, no operan en el caso de Sraffa.

(24) P. Sraffa, *op. cit.*, págs. 32 y 94.