Política económica e incertidumbre (*)

ANTONIO CABRERA SANTAMARIA

ENSEÑANZAS EXTRAIDAS DE SU CONSIDERACION

Tradicionalmente, la incertidumbre ha suscitado dos tipos de reacciones a los agentes económicos: ignorarla, suponiendo que sus actuaciones tienen como marco un mundo cierto, o bien la pasividad, ante el temor que inspiran los posibles efectos nocivos de una actuación tomada en un ambiente de valores y resoluciones fluctuantes. Ante esta situación en la que el empirismo ha venido precediendo unas veces y sustituyendo sin más, otras, el análisis científico, pareció urgente elaborar una teoría de la política económica en situación de incertidumbre, que proporcionara a las autoridades públicas unas reglas de decisión que contemplasen los fenómenos aleatorios.

La principal dificultad con la que tropezaba el intento era la propia concepción que de la incertidumbre y sus efectos tenían los observadores económicos: se la concebía como un fenómeno absolutamente exterior al modelo, que complicaba extraordinariamente la tarea de proporcionar reglas de actuación. Desde esta concepción, a su tratamiento actual, median unos cuantos pasos básicos que no dejan de tener cierta correlación en sus avances con los propios de la teoría de la decisión.

Tinbergen fue el primer peldaño del acceso a una menor incertidumbre en los modelos económicos: proporcionó el principio que lleva su nombre, mediante el que explica que un sistema tiene solución única, siempre y cuando el número de instrumentos independientes coincida con el de variables independientes.

Mundell pretendió disminuir aún más el grado de incertidumbre, a base de una regla añadida en virtud del principio de clasi-

(*) Este artículo, terminado en julio de 1981, ha sido escrito como homenaje a don Emilio de Figueroa, maestro querido e insustituible.

ficación efectiva según mercado: cada instrumento es más útil para la consecución de cierto objetivo y a él se debe dirigir.

Realmente, para ambos, la incertidumbre seguía siendo algo exterior al modelo. Es Theil quien identifica una incertidumbre que puede asignarse no sólo a las perturbaciones exógenas, sino también a los instrumentos. Pero no trata la información en ambiente de incertidumbre, propiamente dicho, sino que crea el «equivalente cierto», cómodo, pero que desnaturaliza la concepción del fenómeno.

Y es Culberston quien trata la incertidumbre apoyándose en conceptos bayesianos. Ello permite asignar un comportamiento esperado a variables que de otro modo no serían más que obstáculos en la operatividad del modelo. A partir de entonces, y al abrigo del desarrollo de la teoría de la decisión, la incertidumbre es endogeneizada y tratada con propiedad. Si bien ésta es una vía de solución al modelo, en sentido lato, no está de más recordar que la implantación de una política pone en pie muchas cuestiones que están tras cualquier modelo y que el *policy-maker* no puede ignorar. Tampoco es cuestión de abordarlas todas aquí, pero sí resulta útil exponer, mediante algunos ejemplos, cómo tomar en consideración la incertidumbre para resolver adecuadamente el problema que nos propone.

Para ello se mostrará, en primer lugar, en qué medida los retardos de una política pueden conducir, en determinados casos, a la conclusión de que lo mejor es no hacer nada. En segundo lugar, que el hecho de poner en marcha una cierta política económica puede exigir el tener que elegir de entre unos instrumentos que, en principio, nos son todos útiles; un ejemplo al hilo de la política monetaria pondrá de relieve la importancia que, en términos de incertidumbre, lleva aparejada la elección de los instrumentos. Finalmente, el agente económico puede adoptar actitudes más o menos prudentes ante la incertidumbre, que serán un trasunto de su función de preferencia; la apuesta que realiza sobre el futuro, al decidir hoy su actitud en relación al riesgo que corre, no puede dejar de influir en su decisión. Parece prudente, pues, medir el impacto de su función de preferencia sobre la optimización de la política a adoptar.

Si no se toma correcta y plenamente en cuenta la incertidumbre, no se tendrá jamás una respuesta correcta al problema de cuándo intervenir, cómo y con qué instrumentos.

I. Incertidumbre sobre los retardos

El dinamismo de una economía da lugar a que se registren diferencias temporales entre el momento que se produce un problema y aquel en que se adopta la decisión de intervenir, y entre la aplicación de las medidas de política económica y sus primeros efectos que, además, se escalonan en el tiempo de un modo muy específico. Tales retardos son el origen de una incertidumbre importante que puede ser causa de que las medidas tengan efectos perversos sobre los objetivos fijados.

La consideración de este problema fue lo que llevó a M. Friedman a proponer en materia de política monetaria un crecimiento regular de la masa monetaria, mejor que una compensación minuciosa y constante, puesto que las decisiones tomadas o ejecutadas con un error temporal, podrían comportar una mayor inestabilidad que atentaría contra el objetivo perseguido. Así, la incertidumbre existente sobre los retrasos nos coloca ante una tesitura según la cual lo mejor sería dejar obrar a los estabilizadores automáticos, en lugar de arbitrar políticas de regulación adecuadas.

La cuestión de los retardos y del efecto estabilizador o no de las políticas puestas en funcionamiento, ha sido el núcleo de numerosos trabajos (1), y constituye un campo de investigación relativamente autónomo que se ha desarrollado considerablemente con la utilización de la teoría del control óptimo. Por ello, vamos a limitarnos a un sólo aspecto de la cuestión.

En un momento dado, la respuesta que un objetivo registra ante un instrumento no es la esperada, debido a los retardos. Y la indeterminación sobre tales retrasos puede resolverse en una incertidumbre sobre el multiplicador; y a la inversa, la incertidumbre sobre los parámetros conduce a una peculiar utilización de los instrumentos, y por tanto, a una incertidumbre sobre los retardos.

(1) Podemos recordar los de Phillips, «Stabilization Policy in a Closed Economy», *Economic Journal*, 1954, y «Stabilization Policy and the Time Form of Legged Responses», *Economic Journal*, junio 1957. También, las investigaciones de W. J. Baumol, «Pitfalls in Countercyclical Policies: Some Tools and Results», *Review of Economics and Statistics*, febrero 1961, ampliadas al caso de una incertidumbre aditiva por E. P. Howrey, «Stabilization Policy in Linear Stochastic Models», *Review of Economics and Statistics*, agosto 1967. Véase, igualmente, S. Fischer y J. P. Cooper, «Stabilization Policy and Lags», *Journal of Political Economy*, 1973, págs. 847-877.

Por ello, tendremos ante nosotros una indeterminación con dos facetas: cuál será la respuesta del objetivo ante el estímulo del instrumento y cuál la velocidad de la respuesta.

Para el caso más simple de un instrumento y un objetivo, vamos a analizar, con auxilio de la teoría del control óptimo, las relaciones entre el nivel de una política y los retardos que alteran su aplicación. Podemos caracterizar estas distorsiones temporales, bien por el ritmo con que aparecen, bien por las oscilaciones de su duración (que en el plano real se nos muestran generalmente acumuladas), y son de dos clases:

— Cuando el efecto de una política no tiene repercusión más que después de un cierto tiempo, estamos ante un retardo inherente al sistema: *system lag.*

— Cuando existe un desajuste temporal entre las variables instrumentales y las decisiones, estamos ante un retardo de política: *policy lag.*

Esta problemática, que podemos encontrar en autores como Fischer y Cooper (2) o Turnovsky (3), parte del siguiente modelo:

$$y_t = a_t y_{t-1} - b_t z_t + u_t \qquad [1]$$

donde y_t representa la diferencia entre el valor objetivo en t y su valor deseado; z_t la diferencia entre los valores reales de la política adoptada y los que alcanza en ausencia de fenómenos perturbadores; u_t una incertidumbre adicional. Podemos, además, añadir una relación que refleje la puesta en funcionamiento de tal política con un cierto retraso, que podemos suponer del tipo:

$$z_t - z_{t-1} = (1 - \lambda_t)\,(x_t - z_{t-1}) \qquad [2]$$

donde λ_t adopta un valor medio λ, comprendido entre 0 y 1 y x_t representa la variable decisión.

---

(2) Artículo ya citado, y «Stabilization Policy and Lags: Summary and Extension», *Annals of Economic and Social Measurement*, 1/4, 1972.

(3) En J. D. PITCHFORD y S. J. TURNOVSKY, *Applications of Control Theory to Economic Analysis*, North Holland, 1977, ensayos núms. 11 y 12.

Para simplificar lo hasta ahora expuesto supondremos que u_t no está relacionada con u_{t-1}, es decir, ausencia de proceso autorregresivo de primer orden. O sea, la hipótesis contraria a la contemplada por Turnovsky en (3).

Si suponemos que a y b son términos ciertos, podemos resumir las ecuaciones [1] y [2] en la [3], de la que queda eliminada z_t:

$$y_t-(a+\lambda_t)\,y_{t-1}+a\lambda_t y_{t-2}=b\,(1-\lambda_t)\,x_t+u_t-\lambda u_{t-1} \qquad [3]$$

Partiendo de una función de utilidad esperada, del tipo:

$$E\,[\Sigma m y_t^2+\Sigma n x_t^2] \qquad [4]$$

tal ecuación admite una solución del tipo:

$$\tilde{x}_t=r_1 y_{t-1}+r_2 y_{t-2}+r_3 u_{t-1}$$

donde r_1, r_2 y r_3 son elementos constantes.

Las dificultades a las que habrá de hacerse frente para resolver el sistema [1]+[2], en el supuesto de que la incertidumbre recaiga sobre los parámetros, nos llevará a estudiarlo necesariamente en el marco de un *system lag* ($\lambda_t=0$) y de un *policy lag* ($a_t=0$).

I.1. «*System lags*»

Bajo la hipótesis de incertidumbre, el sistema [1]+[2] se convierte en:

$$y_t=(\bar{a}+\varepsilon_{at})\,y_{t-1}+(\bar{b}+\varepsilon_{bt})\,x_t+u_t \qquad [6]$$

suponiendo que:

$$E\,(\varepsilon_{it})=0 \qquad \text{y que} \qquad \sigma^2_{\varepsilon_{it}}=\sigma_i^2 \qquad i=a,\,b$$

$$E\,(\varepsilon_{at}\varepsilon_{bt})=\rho\sigma_a\sigma_b$$

$$E\,(\varepsilon_{abt}u_t)=E\,(\varepsilon_{bt}u_t)=0$$

la Teoría del Control Optimo (4), proporciona la solución a este problema en que la función de utilidad esperada es del tipo [4]. En el supuesto de un horizonte infinito:

$$\tilde{x}_t = r_1 y_{t-1}$$

con:

$$r_1 = -\frac{(\bar{a}\,\bar{b} + \rho\sigma_a\sigma_b)s}{n + (\bar{b}^2 + \sigma_b^2)s} \qquad [6]$$

y s, la solución positiva de la siguiente ecuación:

$$[(1 - \bar{a}^2 - \sigma_a^2)(\bar{b}^2 + \sigma_b^2) + (\bar{a}\,\bar{b} + \rho\sigma_a\sigma_b)^2]s^2 +$$
$$+ [n(1 - \bar{a}^2 - \sigma_a^2) - m(\bar{b}^2 + \sigma_b^2)]s - nm = 0 \qquad [7]$$

La estabilidad estocástica del sistema, que corresponde a la existencia de una raíz positiva, puede expresarse con:

$$(1 - \bar{a}^2 - \sigma_a^2)(\bar{b}^2 + \sigma_b^2) + (\bar{a}\,\bar{b} + \rho\sigma_a\sigma_b)^2 > 0 \qquad [8]$$

lo que, suponiendo $\rho = 0$, puede expresarse como:

$$\sigma_a^2 < 1 - \bar{a}^2 + \frac{\bar{a}^2\bar{b}^2}{\bar{b}^2 + \sigma_b^2} = 1 - \frac{a^2\sigma^2_b}{\bar{b}^2 + \sigma_b^2} \qquad [9]$$

Una condición de estabilidad como la anteriormente expresada, nos lleva a la conclusión de que la incertidumbre admisible sobre a_t varía en sentido inverso a la de b_t.

Si contemplamos la ecuación [5], con la condición de que el parámetro b_t nos sea perfectamente conocido, podemos escribir la última condición como:

$$\sigma_a^2 < 1 \qquad [10]$$

(4) Por ejemplo, K. J. ASTROM, *Introduction to Stochastic Control Theory*, Academic Press, New York, 1970, o bien H. J. KUSHNER *Introduction to Stochastic Control*, Holt Rinchart and Winston, New York, 1971.

lo que nos vuelve a afirmar que cuanto mejor conozcamos los efectos de un instrumento sobre un objetivo, puede aceptarse con mayor facilidad una incertidumbre importante sobre los retardos, y a la inversa, o sea:

si $\sigma_a^2 = 0 \quad \rightarrow \quad \sigma_b^2 < \dfrac{\bar{b}^2}{\bar{a}^2 - 1}$

La estabilidad del sistema no permite acumular valores importantes de incertidumbre sobre los multiplicadores y los retardos.

No obstante, esta importante conclusión puede verse alterada si

$$\rho \neq 0$$

En tal caso deberíamos expresar [8] del siguiente modo:

$$\sigma_a^2 < 1 + \frac{\rho\sigma_a^2\sigma_b^2 + 2\bar{a}\,\bar{b}\rho\sigma_a\sigma_b - \bar{a}^2\sigma_b^2}{\bar{b}^2 + \sigma_b^2} \qquad [11]$$

En el caso particular de que $\rho\bar{a}\bar{b} > 0$, es claro que la conclusión sería la inversa.

Si volvemos a tomar el debate iniciado por M. Friedman, resultará interesante comparar las utilidades esperadas, en ausencia y en presencia de política, aunque sea en situación de incertidumbre. En el anexo 1 se obtiene su valor para el caso particular que contemplamos aquí, y es:

$$C_0 = s\sigma_u^2$$

Si adoptamos el supuesto de que $n=0$, o dicho de otro modo, cuando el coste del control es nulo, la ecuación [7] se nos convierte en:

$$C_0 = \frac{m\,(\sigma_b^2 + \bar{b}^2)\,\sigma_u^2}{(1 - \bar{a}^2 - \sigma_a^2)\,(\bar{b}^2 + \sigma_b^2) + (\bar{a}\bar{b} + \rho\sigma_a\sigma_b)^2} \qquad [12]$$

de donde:

$$\frac{\delta C_0}{\delta \sigma_a} = \frac{-2\,(\bar{b}^2+\sigma_b^2)[(\bar{a}\bar{b}+\rho\sigma_a\sigma_b)\,\rho\sigma_b-\sigma_a\,(\bar{b}^2+\sigma_b^2)]\;m\sigma_u^2}{[(1-\bar{a}^2-\sigma_a^2)(\bar{b}^2+\rho_b^2)+(\bar{a}\bar{b}+\rho\sigma_a\sigma_b)^2]^2}$$

$$\frac{\delta C_0}{\delta \sigma_b} = \frac{2\,(\bar{a}\bar{b}+\rho\sigma_a\sigma_b)(\bar{a}\sigma_b-\rho\bar{b}\sigma_a)\;m\bar{b}\sigma_u^2}{[(1-\bar{a}^2-\sigma_a^2)(\bar{b}^2+\rho_b^2)+(\bar{a}\bar{b}+\rho\sigma_a\sigma_b)^2]^2}$$

Estas dos derivadas pueden ser negativas, lo que de hecho implica que cuanto más aumenta la incertidumbre sobre los retardos o sobre el multiplicador menor será C_0, y por tanto resulta más efectiva la actuación política. Este resultado paradójico no se obtendría en caso de que sólo uno de los parámetros sea incierto, o bien si son independientes; en tal caso el nivel mínimo de utilidad aumenta con la incertidumbre. En efecto:

si $\quad \sigma_a^2=0 \quad \dfrac{\delta C_0}{\delta \sigma_b} = \dfrac{2\bar{a}^2\bar{b}^2 m\sigma_u^2\sigma_b}{[(1-\bar{a}^2)(\bar{b}^2+\sigma_b^2)+\bar{a}^2\bar{b}^2]^2} > 0$

si $\quad \sigma_b^2=0 \quad \dfrac{\delta C_0}{\delta \sigma_a} = \dfrac{2\bar{b}^2 m\sigma_a\sigma_u^2}{[(1-\bar{a}^2-\sigma_a^2)\,\bar{b}^2+\bar{a}^2\bar{b}^2]^2} > 0$

si $\quad \rho=0 \quad \dfrac{\delta C_0}{\delta \sigma_b} = \dfrac{\delta C_0}{\delta \sigma_b}\Big|_{\sigma_a^2=0} > 0$

y $\quad \dfrac{\delta C_0}{\delta \sigma_a} = \dfrac{2m\sigma_a\sigma_u^2\,(\bar{b}^2+\sigma_b^2)^2}{[(1-\bar{a}^2-\sigma_a^2)\,(\bar{b}^2+\sigma_b^2)+\bar{a}^2\bar{b}^2]^2} > 0$

Es necesario comparar ahora esta utilidad con la que se obtiene cuando no se hace uso del instrumento, es decir, cuando estamos ante una política pasiva. Se tiene entonces:

$$y_t = (\bar{a}+\varepsilon_{at})\,y_{t-1}+u_t$$

con una esperanza límite $E(my_t^2)$ y:

$$C_P = \frac{m\sigma_u^2}{1-\bar{a}^2-\sigma_a^2} \qquad [13]$$

Por tanto, el beneficio que se obtiene con una política activa es:

$$B = C_P - C_0 = \frac{\sigma_u^2\,(\bar{a}\bar{b}+\rho\sigma_a\sigma_b)\,s}{(1-\bar{a}^2-\sigma_a^2)(\bar{b}+\sigma_b^2)} \qquad [14]$$

Este beneficio siempre es positivo, salvo en el caso de que $\bar{a}\bar{b}+\rho\sigma_a\sigma_b=0$, es decir, si r es nulo (o sea, si el mantener una actitud pasiva optimiza la utilidad), lo que lleva a cuestionar la regla de Friedman, dado que sólo toma en consideración los retardos del sistema.

Si además calculamos:

$$\frac{\delta B}{\delta \bar{a}} > 0 \quad \text{y} \quad \frac{\delta B}{\delta \sigma_a^2} > 0$$

resultará claro que el beneficio aumentará, si el valor medio del retardo aumenta, o si lo hace su varianza.

Del mismo modo tenemos que:

$$\frac{\delta B}{\delta \sigma_b^2} < 0$$

o dicho de otra forma, que la incertidumbre sobre el efecto del instrumento implica una disminución del interés por la política activa. Si se toma en consideración el efecto que la magnitud del multiplicador ejerce sobre el beneficio, resulta más contradictorio y varía en particular con m.

Si bien la política económica activa se nos muestra siempre como más adecuada que una política pasiva, también es necesario subrayar que no siempre se aplica tomando como base la información disponible. ¿Modificará los resultados esta consideración? Veamos:

Sea una política arbitraria tal que:

$$x_t=\mu y_{t-1}=\lambda r y_{t-1} \qquad [15]$$

El coste límite asociado a este tipo de política no óptima, se obtiene sustituyendo x_t en la ecuación [5] y después en la [14]:

$$C=\frac{(m+nr^2\lambda^2)\sigma_u^2}{1-(\bar{a}+\bar{b}\lambda r)^2-(\sigma_a^2+\lambda^2 r^2\sigma_b^2+2\lambda r\rho\sigma_a\sigma_b)} \qquad [16]$$

Tal política es preferible a una política pasiva si $C<C_P$, o sea, si:

$$0<\lambda<\lambda^*=\frac{2m[n+s\,(\bar{b}^2+\sigma_b^2)]}{ms\,(\bar{b}+\sigma_b^2)+ns\,(1-\bar{a}^2-\sigma_a^2)} \qquad [17]$$

Y hay que hacer notar que si $n=0$, la condición anterior puede resumirse en:

$$0<\lambda<2$$

Expresado de otro modo, esto significa que cualquier tipo de política cuya intensidad tenga como límite los valores [0, $2\tilde{x}$], resultará preferida a cualquier otra de tipo pasivo. Y el tamaño del intervalo aumentará con n.

Si se calcula la intensidad absoluta para la que resulta preferible la política discrecional, se obtiene:

$$\frac{-2m\,(\bar{a}\bar{b}+\rho\sigma_a\sigma_b)}{n\,(1-\bar{a}^2-\sigma_a^2)+m\,(\bar{b}^2+\sigma_b^2)}=\mu^*<\mu<0 \qquad [18]$$

En el caso particular de hacer $\rho=0$, se demuestra fácilmente que:

$$\frac{\delta\mu^*}{\delta n}>0\ ,\quad \frac{\delta\mu^*}{\delta m}<0\ ,\quad \frac{\delta\mu^*}{\delta\sigma_a^2}<0\ ,\quad \frac{\delta\mu^*}{\delta\bar{a}}<0\ ,\quad \frac{\delta\mu^*}{\delta\sigma_b^2}>0\ ,\quad \frac{\delta\mu^*}{\delta\bar{b}}\gtrless 0$$

En particular, la incertidumbre que recae sobre b, disminuye las posibilidades que ofrece una política activa, mientras que la incertidumbre sobre los retardos, así como su amplitud media, contribuye a incrementarlas.

Por supuesto que los resultados cambian radicalmente si no se da la condición de independencia de los parámetros, pero concuerdan en lo esencial.

Los cálculos pueden desarrollarse idénticamente en el supuesto de que:

$$u_t = \gamma u_{t-1} + e_t$$

En tal caso, la hipótesis tampoco implica que vaya a haber cambios fundamentales en los métodos y conclusiones.

I.2. «*Policy lags*»

Supongamos ahora que $a=0$, es decir, que:

$$\left.\begin{aligned} y_t &= b_t z_t + u_t \\ z_t - z_{t-1} &= (1-\lambda_t)(x_t - z_{t-1}) \end{aligned}\right\} \qquad [19]$$

Sea λ_t aleatorio según la expresión $\lambda + \varepsilon_t$, pero independiente de b_t y guardando las condiciones de que:

$$\sigma^2_{\varepsilon_{\lambda_t}} = \sigma^2_{\lambda} \qquad \text{y} \qquad E(\varepsilon_{\lambda_t}) = 0$$

Y situémonos además bajo la hipótesis de existencia de incertidumbres aditivas no correlacionadas.

En tal caso, la política óptima adopta la expresión:

$$\tilde{x}_t = r_1 y_{t-1} + r_2 z_{t-1} \qquad [20]$$

de donde se deduce la varianza asintótica de y:

$$\sigma_y^2 = \sigma_z^2\,(\bar{b}^2 + \sigma_b^2) + \sigma_u^2 \qquad [21]$$

y también:

$$\sigma_{yz}=\bar{b}\sigma_z^2$$

Llevando [20] a [19] y utilizando las expresiones de σ_y^2 y σ_{yz}, se obtiene:

$$\gamma_1\sigma_y^2=\gamma_2\sigma_z^2$$

con:

$$\gamma_1=r_1^2\,[(1-\lambda^2)+\sigma_\lambda^{\ 2}] \qquad [22]$$

$$\gamma_2=1-[r_2\,(1-\lambda)+\lambda]^2-(1-r_2)^2\sigma_\lambda^{\ 2}-2r_1\bar{b}\,(1-\lambda)$$

$$[r_2\,(1-\lambda)+\lambda]\ \ldots\ -2r_1\bar{b}\,(1-r_2)\,\sigma_\lambda^{\ 2} \qquad [23]$$

que junto con [21] se nos transforma en:

$$\sigma_y^2=\frac{\sigma_u^2}{1-(\bar{b}^2+\sigma_b^2)\dfrac{\gamma_1}{\gamma_2}} \qquad [24]$$

expresión que se minimiza para $\gamma_2=0$, es decir, $r_1=0$, si γ_2 permanece positivo.

Así pues, la política óptima resulta ser:

$$\tilde{x}_t=ry_{t-1}$$

Cuando r alcance un valor real que respete la condición $\gamma_2>0$, es decir:

$$1-[r\,(1-\lambda)+\lambda]^2-(1-r)^2\sigma_\lambda^{\ 2}>0 \qquad [25]$$

Entonces, para z_t se tiene:

$$z_t=[\lambda_t+(1-\lambda_t)\,r]\,z_{t-1} \qquad [26]$$

Una política como la antes expresada, puede considerarse como asintomáticamente pasiva. Así pues, el ajuste a un instante t está ligado al ajuste del período precedente, y es independiente del nivel a alcanzar por la variable objetivo. Según estas hipótesis, la política pasiva resulta ser la óptima. La incertidumbre, que en este caso es inherente únicamente a la política, induce a reaccionar con una actuación extremadamente prudente; ahora bien, esta regla empieza a dejar de ser válida si introducimos en el razonamiento el supuesto de que las incertidumbres son aditivas y correlacionadas con el tiempo.

En el caso de que así sea (5), siempre resultará preferible la política discrecional a la pasividad, dentro de límites que varían con λ. Es más, los incrementos de la varianza de los retardos conllevan, caso de ser negativos, controles menos intensos, y mayor control en caso contrario. Viceversa, el aumento de los retardos medios no tiene efectos sistemáticos.

Los desarrollos vistos contribuyen a precisar el campo de validez de la regla de Friedman, tanto desde el punto de vista de los retardos, como de la incertidumbre. Tal regla no puede aplicarse más que si contemplamos el caso de los retardos debidos a la política, y en el subcaso de independencia de las probabilidades aditivas. Por el contrario, los retardos debidos al sistema económico real entrañan siempre una superioridad de las políticas discrecionales.

Las diferencias de reacciones que vienen ligadas a cada instrumento ponen de manifiesto la necesidad de estudiar las modalidades de su elección, para la confección de la política a aplicar.

II. La elección de instrumentos

Vamos a intentar demostrar el aserto según el cual, dado que el agente económico decisor puede utilizar diversos instrumentos, la elección plantea un problema de incertidumbre que domina sobre el de sus efectos, puesto que tales medios no están predeterminados con exactitud.

Para operar con más claridad adoptaremos una postura distinta a la hasta ahora sustentada: abandonaremos el marco general

(5) S. J. Turnovsky, «Optimal Stabilization Policies for Deterministic and Stochastic Linear Economic System», *Review of Economic Studies*, 1976, núm. 1.

de la teoría de la política económica y nos situaremos en el más específico de la política monetaria. El cambio se impone por dos razones: la primera porque las conclusiones quedarán más nítidas y la segunda (quizá motivada por la primera), porque al grueso de los trabajos sobre el tema se aplican a esta política específica. Debe quedar claro en cualquier caso, que el propósito no es el de responder aquí a la precisa cuestión de cuál es la mejor elección en materia de política monetaria, sino el de utilizar el ejemplo con el fin de obtener algunas conclusiones básicas referentes al problema de la elección entre instrumentos.

Pero antes de abordar concretamente el problema de elección de instrumentos en materia monetaria, parece útil especificar las variables sobre las que se apoyará el razonamiento, y en particular las nociones de objetivos e instrumentos. Según ello podemos identificar los tipos de variables que van a intervenir:

- W, variables objetivos, cuya oscilación importa al agente decisor: PNB, paro...
- x, variables instrumentos, que son directamente controladas por el agente decisor.
- z, variables no controladas por el agente decisor, pero de las que se conocen sus efectos sobre los objetivos.
- y, objetivos intermedios, fijados por el decisor debido a que la relación que liga objetivos e instrumentos no es inmediata, o bien porque existe un retraso apreciable entre la actuación de éstos y el reconocimiento de sus efectos sobre aquéllos.

Gráficamente estas relaciones podrían expresarse así:

$$\begin{tikzcd} x \arrow[r] & y \arrow[r] & W \\ z \arrow[ur] \arrow[urr] & & \end{tikzcd}$$

y en expresión más manejable:

$$W=f(y, z) \qquad \text{e} \qquad y=F(x, z)$$

los antedichos objetivos intermedios deben ser a la vez:

— Controlables, o sea conocidos con precisión, con frecuencias tanto mayores cuanto menores sean los períodos de control,

y ligados a los instrumentos para los que tienen buena respuesta.
— Conectados con los objetivos mediante una relación estable.

Si tenemos en cuenta lo estricto de estas características, parece preferible disponer de varios objetivos intermedios, correspondientes a los diferentes períodos de control. Su existencia nos permite, si así lo juzgamos necesario, cambiar el nivel de control precedente, en caso de que la desviación entre los valores reales y los deseados sea demasiado acentuada.

Simultáneamente, surge la necesidad de contar con «indicadores» que permitan apreciar los efectos de la política económica. Ello nos proporcionará una cierta información utilizable para fijar el nivel de los instrumentos. Deben estar relacionados, al menos en parte, a los objetivos intermedios. Cabría incluso preguntarse, si tales indicadores pueden llegar a proporcionar información sobre la parte de variación de las variables, que se debe únicamente al efecto de los instrumentos.

Estas distinciones son muy importantes, por cuanto su necesidad viene avalada por la importancia de la incertidumbre. Ya se ha subrayado el hecho de que tanto los objetivos como los instrumentos están en el origen de la incertidumbre de la política económica; el pulido conceptual de estas nociones, no es más que una prueba *a posteriori*.

Pero no hay que considerar estas categorías como perfectamente definidas. El ejemplo de la política monetaria está ahí para recordárnoslo: dos variables esenciales, como lo son la masa monetaria y el tipo de interés, para unos autores no son más que indicadores (6), para otros son objetivos intermedios (7) y, finalmente, para ciertos autores son instrumentos (8).

Esta última distinción muestra bien a las claras, que el problema de los instrumentos difícilmente puede separarse del de su

(6) Véase R. ZECHER, «Implications of Four Econometric Models for the Indicators Issue», *American Economic Review* (Papers and Proceedings), volumen 60, núm. 2, 1970.
(7) Véase R. S. HOLBROOK y H. C. SHAPIRO, «The Choice of Optimal Intermediate Targets», *American Economic Review*, vol. 60, núm. 2, 1970.
(8) Véase S. J. TURNOVSKY, «Optimal Choice of Monetary Instrument in a Linear Economic Model with Stochastic Coefficient», *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 7, núm. 1, 1975.

utilización: la elección de un objetivo intermedio no se hará nunca con independencia de los instrumentos. La especificación de las variables es concomitante con las relaciones que las ligan. Examinemos más detenidamente el problema de la elección de los instrumentos.

II.1. *El ejemplo de la política monetaria*

Hay que recordar, una vez más, que nuestra preocupación no es la de determinar la bondad de un instrumento de política monetaria, sino la de mostrar, desde el punto de vista metodológico, cómo puede influir sobre esta elección la incertidumbre.

La mayor parte de las investigaciones realizadas sobre esta materia proponen el problema en términos de alternativa entre la masa monetaria M y el tipo de interés r (9). En diversos grados, todas utilizan la formulación de los equilibrios en el mercado de bienes y en el mercado monetario, debido a J. Hicks, a partir de las curvas *ISLM*.

La curva *IS* relaciona el tipo de interés con la renta nacional Y, y se basa en tres ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} C=aY+b \\ I=cr+d \quad , \quad c<0 \\ Y=C+I \end{array}\right\} [27] => Y=\frac{b+d}{1-a}+\frac{c}{1-a}r \qquad [27]$$

donde C representa el consumo e I la inversión.

En cada punto de esta curva se da la igualdad entre el ahorro y la inversión. En un sistema (r, Y) es una curva decreciente.

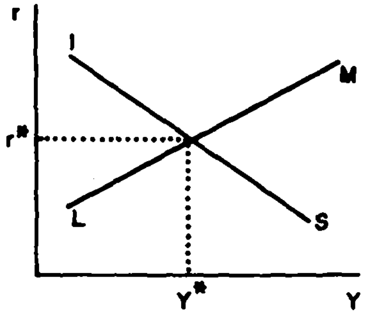
La curva *LM* traduce el equilibrio sobre el mercado monetario de la oferta M y de la demanda de dinero, función de la renta y de la tasa de interés.

$$M=\alpha Y+\beta r+\gamma \qquad [28]$$

(9) Véase W. POOLE, «Optimal Choice of Monetary Policy Instruments in a Simple Stochastic Macromodel», *Quaterly Journal of Economics*, núm. 1, 1970. De hecho, las autoridades no controlan M y r directamente; según este enfoque, sería lógico considerarlos como objetivos intermedios. De todos modos, puede hacerse la suposición de que estas dos variables están controladas exactamente por otras variables (tasa de descuento...), lo que permitirá tratarlas como auténticos instrumentos.

Si suponemos que $\alpha>0$ y $\beta<0$ se tratará de una función creciente en el sistema (r, Y).

En un sistema como el descrito resulta inmediata la verificación de que no se puede elegir utilizar M y r a la vez.

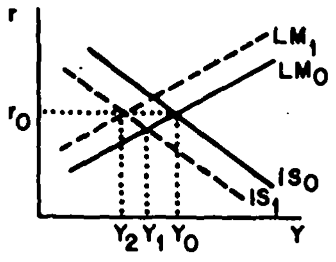


$$\left[r=-\frac{\alpha}{\beta}Y+\frac{1}{\beta}M-\frac{\gamma}{\beta}\right]$$

$$\left[r=\frac{1-a}{c}Y-\frac{b+d}{c}\right]$$

En caso de que estemos en ambiente de certeza, el nivel de Y^* puede alcanzarse mediante el manejo indistinto de la tasa de interés r^* o de la masa monetaria M^*. Elegir uno u otro medio no tiene importancia alguna.

Consideraremos ahora el caso de existencia de perturbaciones en el sector de bienes reales: por ejemplo, un descenso de la demanda de bienes y servicios, que implicaría un desplazamiento de la curva IS_0 *a* IS_1.



Si las autoridades monetarias desean mantener el nivel de la masa monetaria, la curva LM permanece invariable en LM_0 e Y desciende a Y_1. Si, por el contrario, pretenden una tasa de interés estable, será necesario disminuir la oferta de dinero, o sea, desplazar la LM desde LM_0 a LM_1, y entonces Y descenderá a un nivel menor Y_2. Consecuentemente, en este caso, la masa monetaria es el instrumento más apropiado. Si por el contrario las perturbaciones se producen en el sector monetario, resultará preferible actuar sobre el tipo de interés.

En términos generales, la incertidumbre recae sobre el conjunto de sectores y la elección de instrumentos resulta ser función de la incertidumbre y de las funciones *IS* y *LM*, o sea, de los parámetros del sistema (10).

Supongamos ahora que en el anterior sistema sus parámetros no son ciertos: vamos a establecer las grandes líneas de un método útil para elegir el mejor instrumento.

Si r es el instrumento, las ecuaciones [27] y [28] pueden transcribirse como:

$$Y=Ar+B \qquad [29]$$

$$M=Cr+D \qquad [30]$$

siendo:

$$A=\frac{c}{1-a} \qquad B=\frac{b+d}{1-a} \qquad C=\beta+\alpha\frac{c}{1-a} \qquad D=\gamma+\alpha\frac{b+d}{1-a}$$

Si por el contrario M es el instrumento, estas ecuaciones se convierten en:

$$r=-\frac{1}{C}M-\frac{D}{C}=C'M+D \qquad [31]$$

$$y=-\frac{A}{C}M+B-A\frac{D}{C}=A'M+B \qquad [32]$$

Supongamos, finalmente, según el anexo 2, que el agente decisor intenta maximizar su utilidad esperada, que expresamos como:

$$EW=E\,[-(Y-Y^*)^2=-\sigma_y^2-(\bar{Y}-Y^*)^2]$$

(10) Para M. FRIEDMAN, la elección de la masa monetaria como objetivo intermedio apropiado es consecuencia de la inestabilidad de la curva y, por el contrario, de una mayor estabilidad de la demanda de dinero; véase «The Lag in Effect of Monetary Policy», *Journal of Political Economy*, octubre 1961, y «The Role of Monetary Policy», *American Economic Review*, marzo 1968.

mientras que los valores óptimos vienen dados, para cada uno de los casos observados, por:

$$\tilde{r} = \frac{\bar{A}\,(Y^* - \bar{B}) - \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B}{\bar{A}^2 + \sigma_A^2} \qquad [33]$$

$$\tilde{M} = \frac{\bar{A}'\,(Y^* - \bar{B}') - \rho_{A'B'}\sigma_{A'}\sigma_{B'}}{\bar{A}'^2 + \rho_{A'}^2} \qquad [34]$$

Para estos valores óptimos la utilidad esperada es:

$$EW\,(\tilde{r}) = \frac{[\bar{A}\,(Y^* - \bar{B}) - \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B]^2}{\bar{A}^2 + \sigma_A^2} - (\sigma_B^2 - \bar{B}^2) + 2\bar{B}Y^* - Y^{*2} \qquad [35]$$

e igualmente puede operarse con $EW(\tilde{M})$.

Entonces, la elección del instrumento depende de:

$$EW(\tilde{r}) - EW(\tilde{M}) = (\alpha_r - \alpha_M) - (\beta_r - \beta_M) + 2Y^*(\bar{B} - \bar{B}') \qquad [36]$$

en donde:

$$\alpha_r = \tilde{r}^2(\bar{A}^2 - \sigma_A^2) \qquad \alpha_M = \tilde{M}^2(\bar{A}'^2 - \sigma_{A'}^2)$$

$$\beta_r = \sigma_B^2 + \bar{B}^2 \qquad \beta_M = \sigma_{B'}^2 + \bar{B}'^2$$

Si la ecuación [36] resulta positiva, se preferirá como instrumento la tasa de interés a la masa monetaria, y a la inversa. Queda claro que la elección del instrumento es función de la incertidumbre sobre los parámetros del modelo.

Con tal forma de ecuación pueden extraerse los resultados gráficos obtenidos anteriormente. Supongamos, por ejemplo, que la incertidumbre recae únicamente en β, es decir, sobre la sensibilidad de la demanda de dinero al tipo de interés; el resto de los parámetros son conocidos con certidumbre. De aquí se obtienen las relaciones:

$$\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma_C^2 \qquad \text{y} \qquad \sigma_C^2 = \sigma_B^2$$

$$\sigma_{A'}^2 = A^2V(K) \qquad \sigma_{B'}^2 = A^2D^2V(K) \qquad \sigma_{C'}^2 = V(K)$$

$$cov(A'B') = A^2DV(K) \qquad \text{y} \qquad B' = B - ADE(K) \qquad A' = -AE(K)$$

siendo $K = \dfrac{1}{C}$

Apoyándonos en el anexo 3 obtenemos otra expresión de la ecuación [36]:

$$EW(\tilde{r}) - EW(\tilde{M}) = (Y^* - B)^2 \frac{V(K)}{E(K^2)} > 0$$

Así se demuestra nuevamente que, cuando la incertidumbre afecta al sector monetario la consecuencia será preferir el instrumento tipo de interés, porque entonces se alcanzará una cota superior de utilidad esperada.

Podemos analizar un caso importante más detalladamente (11). Es aquel en que intervienen únicamente incertidumbres de tipo aditivo, lo que puede contemplarse mediante el convenio de que en [27] y [28] sólo se consideran aleatorios B y γ; a su coeficiente de correlación lo llamaremos ρ.

En tal caso tendremos:

$$V(A) = V(\alpha) = V(\beta) = 0$$

$$V(A') = \frac{1}{C^2} V(A) = 0 \qquad \text{y} \qquad V(C') = 0$$

$$V(D) = V(\gamma + \alpha\beta) = V(\gamma) + \alpha^2 V(B) + 2\rho\alpha\sigma_B\sigma_\gamma$$

$$V(B') = V(B - \frac{A}{C} D) = V(B) + \frac{A^2}{C^2} V(D) - 2 \frac{A}{C} cov\,(B, D)$$

(11) W. POOLE, en su artículo citado en la nota 9. Se limita a analizar sólo este tipo de incertidumbre. Teniendo en cuenta la problemática de conjunto, se ha juzgado que siempre sería interesante presentar el cuadro global de un estudio de incertidumbre sobre todos los parámetros, incluso si la ecuación [36] no permite obtener conclusiones simples en el caso general.

Ahora bien:

$$cov\ (B,\ D) = \alpha V(B) + cov\ (B,\ \gamma)$$

de donde:

$$V(B') = V(B) = \frac{(A\alpha - C)^2}{C^2} + \frac{A^2}{C^2}\ V(\gamma) + 2\rho\sigma_\gamma\sigma_B\ \frac{A(A\alpha - C)}{C^2}$$

Y como $C = \beta + \alpha A$, se obtiene finalmente:

$$V(B') = \frac{1}{(B + \alpha A)^2}\ (\beta\sigma_B{}^2 + A^2\sigma_\gamma{}^2 - 2\rho A\beta\sigma_\gamma\,\sigma_B)$$

Así pues, puede obtenerse el nivel óptimo de utilidad esperada, recogiendo la ecuación [35]:

$$EW(\tilde{r}) = -\,\sigma_B{}^2$$

$$EW(\tilde{M}) = -\,\sigma_{B'}{}^2$$

lo que tras los cálculos precedentes arroja, en función de las incertidumbres aditivas B y γ:

$$E_{\tilde{r}} = -\,\sigma_B{}^2 \qquad [37]$$

$$E_{\tilde{M}} = -\frac{1}{(\beta + \alpha A)^2}\ [\beta^2\sigma_B{}^2 + A^2\sigma_\gamma{}^2 - 2\rho A\beta\sigma_\gamma\,\sigma_B] \qquad [38]$$

La ecuación [38] permite apreciar, desde el principio, el impacto de la sensibilidad que la demanda de dinero tiene ante el tipo de interés, sobre la utilidad esperada; en efecto:

$$\frac{\delta E_{\tilde{M}}}{\delta\beta} = \frac{-2A\sigma_\gamma\,\sigma_B\ [\beta\ (\rho + \alpha\dfrac{\sigma_B}{\sigma_\gamma}) - A\ (\rho\alpha + \dfrac{\sigma_\gamma}{\sigma_B})]}{(A\alpha + \beta)^3}$$

En el supuesto de que $\rho=0$, se constata que $\frac{\delta E_{\tilde{M}}}{\delta\beta}>0$, lo que teniendo en cuenta que $\beta<0$, significa que cuanto más sensible sea la demanda de dinero al tipo de interés, menor será la utilidad esperada. Y este resultado deja de ser cierto si se supone que:

$$-1<\rho<\frac{-\alpha\sigma_B}{\sigma_Y}<0$$

Según esta hipótesis, las probabilidades están correlacionadas negativamente, y la incertidumbre que afecta al sector monetario (σ_Y) debe ser suficientemente importante: superior a $\alpha\sigma_B$. Entonces es cuando resulta ventajoso elegir como instrumento la tasa de interés (12).

Así, resulta posible comparar estos dos instrumentos calculando la relación:

$$\frac{E_{\tilde{M}}}{E_{\tilde{r}}}=\frac{1}{(\beta+\alpha A)^2}\left[\beta^2+A^2\frac{\sigma_Y^{\,2}}{\sigma_B^{\,2}}-2\rho A\beta\frac{\sigma_Y}{\sigma_B}\right] \qquad [39]$$

Está claro que, si se da la condición de independencia de incertidumbres, la expresión se escribirá:

$$\frac{E_{\tilde{M}}}{E_{\tilde{r}}}=\frac{\beta^2+A^2\frac{\sigma_Y^{\,2}}{\sigma_B^{\,2}}}{(\beta+\alpha A)^2}$$

que resultará superior a la unidad si:

$$\frac{\sigma_Y^{\,2}}{\sigma_B^{\,2}}>\alpha^2A^2+2A\alpha\beta \qquad [40]$$

lo que expresa que si la incertidumbre afecta al sector monetario, y es suficientemente importante en relación con el sector real, el instrumento más adecuado será el manejo de la masa monetaria,

(12) T. S. SARGENT, «The Optimum Monetary Instrument in a Linear Economic Model», *The Canadian Journal of Economics*, febrero 1974.

lo que confirma los resultados anteriores. Si por el contrario, la incertidumbre domina en el sector real, entonces el instrumento adecuado es el tipo de interés.

En el caso general de que $-1<\rho<1$, el resultado no es tan aparente, pero sigue siendo cierto. En particular puede resaltarse que:

$$\beta^2+A^2\frac{\sigma^2}{\sigma_B^2}-2\rho A\beta\frac{\sigma_Y}{\sigma_B}\leqslant\left(\beta+A\frac{\sigma_Y}{\sigma_B}\right)^2$$

por lo que teniendo en cuenta [40], si $\frac{\sigma_Y}{\sigma_B}<\alpha$, el mejor instrumento resultará ser la masa monetaria.

O sea, cualquiera que sea la modalidad de elección definida antes, implicará la toma en consideración de la incertidumbre para determinar el mejor instrumento. Para el caso de la política monetaria puede afirmarse en términos generales, que si la incertidumbre recae sobre el sector de bienes reales, lo aconsejable será utilizar preferentemente el tipo de interés, y si afectara al sector monetario, el instrumento sería la masa monetaria.

Esta doble conclusión, metodológica, y relativa a la política monetaria, se verá confirmada aunque variemos el cuadro de hipótesis adoptado, e incluso aunque variemos las modalidades en la práctica.

Vamos a analizar el impacto de la incertidumbre sobre la elección de los instrumentos introduciendo los costes de ajuste. Si resulta, como es lo más probable, que los costes inherentes a las variaciones de la tasa de interés son más elevados que los que resultan del manejo de la masa monetaria, resultará más tentador elegir el primero de los instrumentos (13).

Tal y como nos muestran T. S. Sargent. B. J. Moore y S. J. Turnovsky, en los diferentes artículos citados anteriormente, la introducción de factores dinámicos complica un poco más el modelo de decisión. Con la ayuda del control óptimo, S. J. Turnovsky intenta explicitar la mejor elección partiendo del modelo:

$$C_t=c_0+c_1Y_{t-1}+u_{1t}$$
$$I_t=k_0+k_1(Y_{t-1}-Y_{t-2})+\gamma r_t+u_{2t}$$
$$Y_t=C_t+I_t+G_t$$

(13) Véanse los artículos de T. S. Sargent y de B. J. Moore, «Optimal Monetary Policy», *The Economic Journal*, marzo 1972.

O sea:

$$Y_t = c_0 + k_0 + G_t + c_1 Y_{t-1} + k_1 (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + \gamma r_t + u_t \qquad [41]$$

$$M_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 r_t + v_t \qquad [42]$$

Y llega a conclusiones ya expuestas como que la incertidumbre en el sector de bienes realès (sobre c, k, u) hace que sea un instrumento más eficaz la masa monetaria que el tipo de interés, y recíprocamente. De todos modos, en el caso dinámico aparecen nuevas restricciones que afectan a las condiciones de estabilidad, y que pueden modificar sensiblemente la elección del instrumento, en la misma medida en que puedan ser o no verificadas estas condiciones para cualquiera de ellos.

En cualquier caso queda claro que las recomendaciones sobre elección de instrumentos es sensible, por encima del efecto real de la incertidumbre, a la especificación del modelo, como lo atestiguan los dos ejemplos que siguen:

— Sargent, Lovell y Prescott (14) introducen un desfase de un período en la demanda de dinero, lo que puede traducirse como:

$$M_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 r_t + u_t$$

Según tal expresión se tiende a preferir una política del tipo de interés, porque la masa monetaria no afecta a los gastos reales más que por intermedio del tipo de interés.

— De igual modo, la aparición del efecto Pigou en la función de consumo:

$$C_t = c_1 Y_{t-1} + c_2 M_t$$

hace preferible como instrumento a la masa monetaria.

(14) SARGENT, artículo citado, y M. C. LOVELL y E. PRESCOTT, «Money Multiplier Acelerator Interaction», *Southern Economic Journal*, julio 1968.

II.2. *Conclusiones más generales*

Más allá de los problemas metodológicos surgidos con ocasión de la elección de instrumentos de política monetaria, y del lugar que ocupa la incertidumbre, resultará útil subrayar alguna de las cuestiones que no pueden dejar de surgir al hilo de lo expuesto.

— La primera se refiere a la estabilidad de los instrumentos utilizados (15).
En efecto, cuando el agente decisor intenta estabilizar lo mejor posible un conjunto de variables objetivo, puede llegar a aumentar cada vez más la magnitud del ajuste de sus instrumentos. Esto es particularmente susceptible de ocurrir en el caso de que la política de regulación sea muy sutil.
Este fenómeno está relacionado con la importancia de la repercusión pasada y presente de los instrumentos sobre las variables objetivos, dado que es el resultado de un efecto acumulativo de los primeros sobre los segundos. Los trabajos de Turnovsky tienden a mostrar que el carácter estocástico de los parámetros les confiere una sobresaliente influencia estabilizadora, y ello se debe a que inducen al decisor a actuar con más precaución; y que las relaciones entre instrumentos y objetivos son menos sistemáticas. En cualquier caso, la introducción de los costes de ajuste en la función de preferencia debe implicar una reducción del campo de inestabilidad potencial de los instrumentos.
Sea cual sea su naturaleza, el problema de la inestabilidad de los instrumentos no puede dejar de influir en su elección. Sin duda alguna, se le pueden dar otras respuestas: ampliar el período sobre el que se intenta estabilizar las variables objetivo; tener en cuenta que cualquier política tiene un mayor impacto en el futuro que en el momento de su puesta en funcionamiento; ajustar parcialmente el valor del instrumento. Pero en la medida en que recaiga sobre ciertos

---

(15) R. S. Holbrook («Optimal Economic Policy and the Problem of Instrument Instability», *American Economic Review*, marzo 1972) ha sido uno de los primeros en estudiar esta cuestión de modo sistemático. S. J. Turnovsky («The Stability Properties of Optimal Economic Policies», *American Economic Review*, marzo 1974) ha operado en el caso técnico de Control Optimo estocástico.

instrumentos y no sobre otros, se puede llegar a no utilizar los más inestables. Esta solución es particularmente fácil de alcanzar cuanto mayor sea el número de instrumentos puestos a disposición del agente decisor.

— La segunda cuestión surge a propósito de la relación que liga la elección de instrumentos con el carácter más o menos irreversible de sus efectos.

C. Henry (16), a propósito del medio ambiente, ejemplifica esto mediante un agricultor que duda entre plantar sus tierras con maíz o trigo, o bien, incrementar su producción cerealista a base de desforestar una superficie de bosque o conservar tal patrimonio. En el primer caso, la utilización de un instrumento no parece irreversible; en el segundo sí se da una cierta irreversibilidad.

De igual modo, ciertos instrumentos no pueden variar más que dentro de ciertos límites, más allá de los cuales aparecen cambios cualitativos: por ejemplo, una disminución muy importante de los gastos en educación puede comprometer la formación de una parte de la población. Y además, cuando ciertos instrumentos parten de niveles demasiado elevados, después resulta casi imposible hacerlos descender por debajo de ciertos límites: así contabilizamos otro aspecto del problema de la inestabilidad de los instrumentos.

El efecto de la irreversibilidad aparece cuando se dan tres condiciones:

a) Los modos de elección posibles se caracterizan por grados variables de irreversibilidad.

b) Hay incertidumbre en cuanto a las ventajas e inconvenientes futuros de cada una de las modalidades.

c) Tal incertidumbre puede reducirse en un espacio temporal posterior más o menos largo, después del momento preciso en el que se hace la elección inicial.

La incertidumbre y su corolario, la información, se encuentran en el centro del fenómeno y del proceso de decisión.

---

(16) C. HENRY, «Investment Decisions Under Uncertainty: The Irreversibility Effect», *American Economic Review*, diciembre 1974.

— La tercera y última cuestión que plantea el problema de elección entre instrumentos, hace referencia a la posibilidad de una política mixta.

La dificultad que aparece a propósito de la política monetaria se refiere justamente a la imposibilidad, a priori, de elegir simultáneamente ambos instrumentos: los cambios de M afectan a r, y recíprocamente. Por ello W. Poole (17) se plantea la cuestión de la construcción de una política mixta.

Intenta encontrar la combinación óptima de r y M:

$$c_0 M = c_1 + c_2 r$$

ecuación que añade a las que relacionan Y, M y r:

$$Y = Ar + B$$

$$M = \alpha Y + \beta r + \gamma$$

formando un sistema determinado, la utilidad esperada se maximiza con relación a c_1 y c_2, y se obtiene:

$$\left.\begin{aligned} c_0 &= \alpha\sigma^2_B + \rho_B\sigma_Y \\ c_1 &= c_0\,(\gamma + \alpha Y^*) + (Y^* - B)\,(\sigma^2_Y + \rho\alpha\sigma_B\sigma_Y) \\ c_2 &= c_0\beta - A\,(\sigma^2_Y + \rho\alpha\sigma_B\sigma_Y) \end{aligned}\right\} \qquad [43]$$

la utilidad esperada para esta combinación es:

$$E_c = \frac{-\sigma^2_B\sigma^2_Y(1-\rho^2)}{\sigma_Y^2 + 2\rho\alpha\sigma_B\sigma_Y + \alpha^2\sigma_B^2} \qquad [44]$$

Si se calculan las relaciones $E_c/E_{\bar{r}}$ y $E_c/E_{\bar{M}}$ se demuestra fácilmente que ambos son inferiores a la unidad cuando $\sigma_B = \sigma_Y$. Así pues, la combinación aparece como superior a las políticas «puras», a las que corresponden $c_2=0$ ó $c_1=0$ (18).

(17) W. POOLE, artículo citado, págs. 208-209.
(18) Para la demostración, ver W. POOLE, artículo citado, págs. 215-216.

Hay que subrayar que tal política supone conocidos un número de parámetros superior al caso de las políticas «puras». Ello hace que deba dudarse de la posibilidad de poner en marcha tal política con estas bases, pero al menos plantea la cuestión de ampliar la situación de partida (según la cual había que elegir obligatoriamente entre instrumentos), por la de su combinación.

III. La influencia del comportamiento del agente decisor

Sabido es que puede expresarse el sistema de preferencias de un agente decisor mediante una función de utilidad (19). La función de preferencia que se otorga a sí mismo para evaluar la política puesta en funcionamiento traduce la actividad con que encara el riesgo inherente a su acción, dado que no se conocen con absoluta precisión los efectos de los instrumentos. Y si la función de preferencia es cóncava sabemos que representa una cierta aversión por el riesgo; cuando es convexa, la preferencia por éste.

Finalmente, ahora se trata de precisar el impacto que la actitud del decisor con respecto al riesgo, tiene sobre la optimización de la política, es decir, sobre el nivel óptimo de los instrumentos.

Si nos limitamos al conocido modelo:

$$Y = rx + s$$

respecto al que suponemos que:

- r es una variable aleatoria que tiene una esperanza $\bar{r}$ y una varianza σ_r^2, y
- s una variable aleatoria de media nula, de varianza σ_s^2 que para simplificar la escritura la expresamos igual a cero;
- ambas incertidumbres r y s son independientes.

Significaremos con el símbolo Δ la diferencia entre el valor objetivo deseado y^* y el valor actual:

$$\Delta = y^* - rx$$

(19) En el sentido que viene siendo clásico desde Von Neumann-Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behaviour*, Princeton University Press, 3.ª ed., 1953.

La actitud del decisor de cara al riesgo viene recogida por una función de preferencia del tipo von Neumann-Morgenstern, que se supone igual a:

$$V = V(\Delta) = V(y^* - rx)$$

Para un objetivo determinado V se maximiza si:

$$\Delta = 0 \rightarrow V_{max} = V(0)$$

La función de pérdida L representa la desviación entre el valor máximo de la función de preferencia y su valor para una diferencia Δ:

$$L = V_{max} - V(\Delta) = V(0) - V(\Delta)$$

Así pues, V aparece como una función decreciente de Δ, y L como una función creciente del mismo argumento.

El nivel óptimo del instrumento viene dado por las condiciones de primer y segundo orden sobre $E(V)$, con relación a x:

$$\frac{\delta E(V)}{\delta x} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\delta^2 E(V)}{\delta x^2} < 0$$

o lo que es decir:

$$\frac{\delta E(V)}{\delta x} = -E\frac{\delta L}{\delta x} = -E\left[\frac{\delta L}{\delta \Delta}\frac{\delta \Delta}{\delta x}\right] = E\left[r\frac{\delta L}{\delta \Delta}\right] = 0 \quad [45]$$

dado que:

$$\frac{\delta \Delta}{\Delta x} = -r$$

y también:

$$\frac{\delta^2 E(V)}{\delta x^2} = -E\left(r^2\frac{\delta^2 L}{\delta \Delta^2}\right) \quad [46]$$

En el caso de existencia de aversión al riesgo, la función de preferencia será cóncava, lo que quiere decir que:

$$\frac{\delta^2 V}{\delta \Delta^2} < 0 \qquad \frac{\delta^2 L}{\delta \Delta^2} > 0$$

lo que implica que siempre se verifica la condición de segundo orden.

Si se reconsidera la ecuación [45], el nivel óptimo (20) del instrumento viene expresado por:

$$\bar{r}E\left[\frac{\delta L}{\delta \Delta}\right] + cov\left[r, \frac{\delta L}{\delta \Delta}\right] = 0 \qquad [47]$$

Puede estudiarse ahora la influencia de la actitud frente al riesgo sobre el nivel del instrumento.

De [47] puede expresarse:

$$C = cov\left[r, \frac{\delta L}{\delta \Delta}\right] = -\bar{r}E\left[\frac{\delta L}{\delta \Delta}\right]$$

(20) Suponiendo la función de preferencia:

$$V = -(y - y^*)^2 = \Delta^2$$

se tiene:

$$\frac{\delta L}{\delta \Delta} = 2\Delta = 2(y^* - rx) \rightarrow E\left(\frac{\delta L}{\delta \Delta}\right) = 2y^* - 2\bar{r}x$$

de donde:

$$\bar{r}(2y^* - 2\bar{r}x) + cov(r, 2y^* - 2\bar{r}x) = 0$$

$$\bar{r}(2y^* - 2\bar{r}x) - 2x\sigma_r^2 = 0$$

$$\rightarrow \tilde{x} = \frac{y^* \bar{r}}{\bar{r}^2 + \sigma_r^2}$$

es decir:

$$\frac{\delta^2 L}{\delta\Delta\delta r}=\frac{\delta^2 L}{\delta\Delta^2}\ \frac{\delta\Delta}{\delta r}=-x\frac{\delta^2 L}{\delta\Delta^2}<0$$

si se supone que el agente decisor tiene aversión al riesgo.

Consecuentemente $\frac{\delta L}{\delta\Delta}$ disminuye a medida que aumenta r, y al revés: lo que implica que C es necesariamente negativo. Es más, cuanto mayor sea la convexidad, mayor es la covarianza en valor absoluto, luego entonces $\frac{\delta L}{\delta\Delta}$ es mayor.

Del mismo modo puede calcularse:

$$\frac{\delta^2 L}{\delta\Delta\delta x}=r\frac{\delta^2 L}{\delta\Delta^2}$$

que es una expresión negativa dentro de la misma hipótesis de «aversión al riesgo».

Resulta que $\frac{\delta L}{\delta\Delta}$ aumenta en tanto que disminuye el nivel del instrumento.

Reuniendo las dos conclusiones precedentes, puede decirse que cuanto mayor sea la aversión al riesgo, mayor en valor absoluto es la covarianza, y, por tanto, menor el nivel del instrumento: la aversión al riesgo conduce a una menor utilización del instrumento.

Estas conclusiones sobre la actitud del decisor contemplan a la vez las nociones de precaución y de incertidumbre sobre los parámetros. C. R. Barry e I. Horowitz (21) expresan ademán, a partir de la formulación general precedente y de la noción de riesgo introducida por Rothschild y Stiglitz (22), un mismo concepto de

(21) «Risk and Economic Policy Decisions», *Public Finance*, núm. 2, 1975.

(22) «Increasing Risk. Part 1: A Definition», y «Part 2: Its Economic Consecuences», *Journal of Economic Theory*, 2, 1970, y 3, 1971. Su enfoque les lleva a no limitarse únicamente a la utilización de la media y de la varianza para aprehensión del fenómeno del incremento del riesgo.

prudencia aplicable a la utilización de los instrumentos, y que también afecta a la incertidumbre sobre los parámetros.

Resumiendo, puede afirmarse que las decisiones de política económica se ven afectadas, no solamente por la incertidumbre existente sobre la respuesta de los objetivos ante el estímulo de ciertos instrumentos, sino también por la actitud del agente decisor ante la misma incertidumbre. Los elementos de razonamiento expuestos han mostrado que la utilización de estos instrumentos disminuye conforme aumenta el temor al riesgo.

IV. Sinopsis comentada

Hay un conjunto de notas que pueden exponerse con brevedad:

- Cualesquiera que sean las hipótesis hechas sobre las relaciones entre instrumentos y objetivos, la incertidumbre que recae sobre ellas hace que se modifique la intensidad deseable de los instrumentos. En general, se aplica mayor dosis de precaución, si bien hay excepciones.
- El grado de incertidumbre que afecta a los instrumentos modifica la intensidad relativa con que serán utilizados. Aunque persista la regla de igualdad entre número de objetivos y de instrumentos, la introducción de unos costes asociados a la utilización de éstos hace que el agente decisor no se sirva sistemáticamente de todos a la vez.
- La existencia de *system lags* hace preferible la intervención del agente decisor a la política pasiva, incluso en situación de incertidumbre. Al mismo tiempo esta incertidumbre modifica las condiciones de estabilidad de una política que actúe en varios períodos temporales.
- El carácter no sistemático inherente a los efectos de los instrumentos puede inducir a una política desestabilizadora.
- La incertidumbre hace variar la utilidad obtenida con cada instrumento, lo que permite una mejor elección. Cualquier otro factor que intervenga en la elección se verá también afectado por cierto grado de incertidumbre, lo que la hace más valiosa.

- La actitud del agente decisor frente a la incertidumbre es un factor más en la elaboración de la política económica.

Y hay otro conjunto de ideas que surgieron al hilo del tema y que fueron pospuestas para facilitar su lectura. Pero no deben dejar de reseñarse:

- Un enfoque como el presente puede llegar a atenuar la oposición coyuntural-estructural. Una crítica muy corriente a los modelos de política económica es su elaboración a partir de comportamientos antiguos, de estructuras fijas. La consideración de la incertidumbre sobre los parámetros, debería permitir aprehender mejor sus posibles evoluciones. En este orden de cosas, la política económica cualitativa intentaría modificar sus esperanzas matemáticas, mientras que una política cuantitativa no podría ignorar sus varianzas.
- Ha sido sencillo obtener conclusiones claras de una casuística tan sencilla, pero en el caso de modelos más complicados (no lineales, con funciones de utilidad no cuadráticas), el método a seguir no diferiría sustancialmente, si bien las conclusiones podrían verse alteradas.
- La cuestión de la inestabilidad de los instrumentos o irreversibilidad de sus efectos, ha sido abordada muy someramente. Un tratamiento más sistemático desde el punto de vista de la incertidumbre podría ayudar a su manejo.
- La regla («Principle of effective market classification») en la que se apoya R. A. Mundell para asignar los instrumentos a aquellos objetivos a los que influyen más directamente, puede parecer contradictoria con la conclusión implícita, y en cierto modo explícita, de que los instrumentos deben ser utilizados en una proporción que sea función de la incertidumbre que les afecta. Este problema general de los mecanismos de toma de decisiones económicas descentralizadas, de asignación de instrumentos a objetivos, debería revisarse a la luz de consideraciones prácticas de la incertidumbre.
- Otras cuestiones como la de en qué medida la incertidumbre afecta a las expectativas o anticipaciones del agente decisor, y por este medio a su política, podrían verse aclaradas con la introducción sistemática de la incertidumbre.

El balance de intenciones puede resumirse con la esperanza de haber mostrado que, a pesar de los muchos escollos a salvar, la consideración de la incertidumbre resulta ser un elemento esencial de la política económica, y más que nada del esquema de decisión que la teoría propone a los poderes públicos.

ANEXO 1

Aplicaciones del control óptimo a los problemas de política económica

Estos resultados se deben a W. M. Wonham, «Random differential equations in control theory», en A. T. Bharucha Reid, ed., *Probabilistics methods in applied mathematics,* vol. II, Academic Press, New York, 1969. Posteriormente fueron utilizados por S. J. Turnovsky.

Sea el problema estocástico siguiente:

$$Min\, E \sum_{t=1}^{T} (y_t' M y_t + x_t' N x_t)$$

con la restricción de que:

$$y_t = A_{1t} y_{t-1} + \dots + A_{mt} y_{t-m} + B_{0t} x_t + \dots + B_{nt} x_{t-n} + \rho_t$$

en donde x_t e y_t expresan dos vectores que representan las diferencias entre los valores de los instrumentos o de los objetivos y sus valores deseados, en el tiempo t.

Escribiendo:

$$y_t = \begin{vmatrix} Y_t \\ \vdots \\ y_{t-(m-1)} \\ x_t \\ \vdots \\ x_{t-(n-1)} \end{vmatrix} \qquad B_t = \begin{vmatrix} B_{0t} \\ \vdots \\ 0 \\ I \\ \vdots \\ 0 \end{vmatrix} \qquad A_t = \begin{vmatrix} A_{1t} A_{2t} \dots A_{mt} & B_{1t} \dots \dots B_{nt} \\ I \cdots\cdots 0 & \vdots \\ \ddots & \vdots \\ \cdots\; I\, 0 & \vdots \\ 0 \cdots\cdots 0 & 0 \cdots\cdots 0 \\ \vdots & I \cdots\cdots 0 \\ \vdots & \ddots \\ \vdots & \cdots\; 0 \\ 0 \cdots\cdots 0 & 0 \cdots\cdots I\, 0 \end{vmatrix}$$

el sistema se transforma en:

$$y_t = A_1 y_{t-1} + B_t x_t$$

Así la ecuación:

$$y_t = A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + B_0 x_t + B_1 x_{t-1}$$

puede ser escrita como sigue:

$$\begin{pmatrix} y_t \\ y_{t-1} \\ x_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & B_1 \\ I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{t-1} \\ y_{t-2} \\ x_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_0 \\ 0 \\ I \end{pmatrix} x_t$$

$$\rightarrow \quad y_t = A_t y_{t-1} + {}_t x_t$$

En lo que resta, conservaremos únicamente la siguiente restricción:

$$y_t = A_t y_{t-1} + B_t x_t + \rho_t$$

o bien:

$$y_t = (A + V_t)\, y_{t-1} + (B + W_t) x_t + \rho_t \qquad [1]$$

con:

- V_t, W_t, e_t distribuidas independientemente en el tiempo, de medias nulas y varianzas constantes.
- Los elementos de V_t y W_t no están correlacionados con e_t, pero sí lo están entre ellos.

Suponiendo un horizonte finito y dado el estado inicial, y_0, la función de costes puede escribirse:

$$C = E\left\{ \sum_{t=1}^{T} (y'_{t-1} M y_{t-1} + x'_t N x_t) + y'_t M y_t - y'_0 M y_0 / y_0 \right\} \qquad [2]$$

Sea $C_t(y_t, y_0)$ el coste mínimo para el período $[t+1, T]$ para unos y_t e y_0 dados:

$$C_t(y_t, y_0) = \underset{x_{t+1}, \ldots, x_T}{Min} E\left\{ \sum_{s=t+1}^{T} (y'_{s-1}My_{s-1} + x'_sNx_s) + y'_TMy_T - y'_0My_0 / y_{t+1}y_0 \right. \qquad [3]$$

esto significa que $C_0(y_0, y_0)$ es el valor mínimo de C.

Aplicando el principio de optimización de Bellman, para el cual toda estrategia óptima es descomponible en subestrategias óptimas, se tendrá:

$$C_{t-1}(y_{t-1}, y_0) = \underset{x_t}{Min}\left[y'_{t-1}My_t + x'_tNx_t + E\ \{ C_t(y_t, y_0)/y_{t-1} \} \right] \qquad [4]$$

Supongamos que $C_t(y_t, y_0)$ sea de la forma:

$$C_t(y_t, y_0) = y'_tS_ty_t + q_t \qquad [5]$$

tendremos pues:

$$\begin{aligned} E\ \{ C_t(y_t, y_0)/y_{t-1} \} &= E\ \{ y'_tS_ty_t + q_t \} = \\ &= E\{ [(A+V_t)y_{t-1} + (B+W_t)x_t + \rho_t]'S_t[(A+V_t)y_{t-1} + \\ &+ (B+W_t)x_t + \rho_t] + q_t \} = (Ay_{t-1} + Bx_t)'S_t(Ay_{t-1} + Bx_t) + \\ &+ E[(V_ty_{t-1} + W_tx_t)'S_t(V_ty_{t-1} + W_tx_t)] + E(\rho_t'S_t\rho_t) + q_t \end{aligned} \qquad [6]$$

Llevando [6] a [4] y derivando con respecto a x_t se obtiene:

$$[N + B'S_tB + E(W'_tS_tW_t)]x_t + [B'S_tA + E(W'_tS_tW_t)]y_{t-1} = 0 \qquad [7]$$

o sea:

$$x_t = -[N + B'S_tB + E(W'_tS_tW_t)]^{-1}[B'S_tA + E(W'_tS_tW_t)]y_{t-1} = \qquad [8]$$

$$= R_ty_{t-1} \qquad [9]$$

definiendo S_{t-1} como:

$$C_{t-1}(y_{t-1}, y_0) = y'_{t-1}S_ty_{t-1} + q_{t-1}$$

llevando [6] y [9] a [4] se tiene:

$$S_{t-1}=M+R'_tNR_t+(A+BR_t)'S_t(A+BR_t)\ldots$$
$$\ldots+E[(V_t+W_tR_t)'S_t(V_t+W_tR_t)] \qquad [10]$$
$$q_{t-1}=q_t+E(\rho'_t+S_t\rho_t)$$

con los límites:

$$q_T=-y'_0My_0$$
$$S_T=M$$

Una condición suficiente para que R_t exista, es decir, que $N+B'S_tB+E(W'_tS_tW_t)$ sea regular, es que S_t sea positiva.

Si ahora se supone que existe un horizonte infinito, entonces la convergencia del control impone la solución:

$$x_t=Ry_{t-1}$$

con:

$$R=-[N+B'SB+E(W'SW)]^{-1}[B'SA+E(W'SW)] \qquad [11]$$

y S definida por:

$$S=M+R'NR+(A+BR)'S(A+BR)+$$
$$+E[(V+WR)'S(V+WR)] \qquad [12]$$

la deducción de la solución en el caso escalar, en que:

$$y_t=(a+v_t)y_{t-1}+(b+w_t)x_t+\rho_t$$

con:

$$E(v_t)=(w)=0 \qquad a,\ b\epsilon R$$

y por:

$$x_t=ry_{t-1}$$

$$r-\frac{-(ab+\rho\sigma_v\sigma_w)s}{n+(b^2+\sigma^2_w)s} \qquad [13]$$

y

$$s = m + (a^2 + \sigma^2_v)s - \frac{(ab + \rho\sigma_v\sigma_w)^2 s^2}{n + (b^2 + \sigma^2_w)s} \quad [14]$$

El coste de una política óptima viene dado por:

$$C_0(y_0, y_0) = y'_0 S_0 y_0 + q_0$$

o bien:

$$q_{t-1} = q_t + E(\rho'_t S_t \rho_t)$$

y por iteración:

$$q_0 = \sum^{T} (\rho'_t S_t \rho_t) - y'_0 M y_0$$

de donde:

$$C_0(y_0, y_0) = y'_0(S_0 - M) y_0 + \sum_t \rho'_t S_t \rho_t \quad [15]$$

En el caso escalar con horizonte infinito se tiene:

$$C_0 = s\sigma^2_0$$

NOTA: Si las probabilidades están autocorrelacionadas, se llegaría análogamente a:

$$x_t = r_1 y_{t-1} + r_2 \rho_{t-1}$$

ANEXO 2

La incertidumbre multiplicativa y la noción de precaución: el caso de un instrumento y un objetivo

W. Brainard, en «Uncertainty and the Effectiveness Policy» (*American Economic Review*, mayo 1967), demostró que la incertidumbre que recae sobre los parámetros complica la determinación del nivel óptimo de los instrumentos, y además explicitó las diferencias de los niveles obtenidos con relación al caso cierto o equivalente. El caso de un instrumento y un objetivo basta para resaltar estos dos aspectos.

Partimos del modelo simple:

$$Y = rx + s$$

en el que r es una variable aleatoria, que traduce la respuesta no sistemática del objetivo al instrumento, la incertidumbre sobre el «multiplicador» de política económica; s es un elemento aleatorio formado por adición del conjunto de variables no controladas.

Expresamos:

$$E(r) = \bar{r} \qquad V(r) = \sigma^2_r$$

$$E(s) = \bar{s} \qquad V(s) = \sigma^2_s$$

Una incertidumbre como ésta, que recae generalizadamente sobre los parámetros, hace que y no alcance el valor deseado y^* de modo sistemático, y se convierte en una variable aleatoria cuyos valores son función del agente decisor por intermedio de x. Entonces se tiene:

$$E(y) = E(r)x + E(s) \quad \longleftrightarrow \quad \bar{y} = \bar{r}x + \bar{s}$$

$$V(y) = \sigma^2_r x^2 + \sigma^2_s + 2\rho\sigma_r\sigma_s$$

si ρ designa el coeficiente de correlación entre r y s.

Entonces, el problema es elegir x de modo que se maximice la utilidad esperada.

Tomando:

$$W = -(y - y^*)^2$$

se obtiene:

$$E(W) = -E[(y - \bar{y}) + (\bar{y} - y^*)]^2$$

$$= -[\sigma^2_y + (\bar{y} - y^*)^2]$$

$$= -[\sigma^2_r x^2 + \sigma^2_s + 2\rho x\sigma_r\sigma_s + (\bar{r}x + \bar{s} - y^*)^2]$$

Anulando la derivada de esta esperanza con relación a x, se obtiene el valor óptimo:

$$\tilde{x}=\frac{\bar{r}(y^*-\bar{s})-\rho\sigma_r\sigma_s}{\bar{r}^2+\sigma^2_r}$$

Para la hipótesis de «equivalente cierto», la solución se obtiene haciendo:

$$\rho=\sigma_r=0$$

$$x^0=\frac{y^*-\bar{s}}{\bar{r}}$$

De donde, la relación entre estos dos valores:

$$\tilde{x}=\frac{\dfrac{y^*-\bar{s}}{\bar{r}}-\rho\dfrac{\sigma_r\sigma_s}{\bar{r}^2}}{1+\dfrac{\sigma^2_r}{\bar{r}^2}}=\frac{x^0-\rho\dfrac{\sigma_r\sigma_s}{\bar{r}^2}}{1+\dfrac{\sigma^2_r}{\bar{r}^2}}$$

Si hacemos que el coeficiente de variación de r sea igual a V, o sea, $V=\dfrac{\sigma_r}{\bar{r}}$, se convierte (23):

$$\tilde{x}=\frac{x^0}{1+V^2}-\rho\frac{\sigma_r}{\bar{r}}\;\frac{V}{1+V^2} \qquad [1]$$

(23) Hay que subrayar que si introducimos en la función un término del tipo $\alpha(x-x^*)^2$ para recoger la desviación del nivel del instrumento respecto al valor deseado, siendo α aleatorio, el valor óptimo lo podemos obtener mediante el mismo cálculo:

$$\tilde{x}=\frac{\bar{r}(y^*-\bar{s})+\bar{\alpha}x^*-\rho\sigma_r\sigma_s}{\bar{r}^2+\sigma_r^2+\bar{\alpha}}$$

Así se constata que el nivel óptimo del instrumento en situación de incertidumbre sobre r difiere del obtenido, supuesto r conocido: al agente decisor le hacen falta otros elementos, puesto que no le basta con conocer $\bar{s}$ y $\bar{r}$.

Ciertamente, suponiendo que V tiene escaso valor ($V=\varepsilon$), se puede escribir:

$$\tilde{x} = \frac{x^0 - \frac{\sigma_r}{\bar{r}}\varepsilon}{1+\varepsilon^2} \sim x^0 - \rho\frac{\sigma_s}{\bar{r}}\varepsilon - \varepsilon^2 x^0$$

lo que, adoptando la hipótesis de independencia probabilística, puede escribirse:

$$\tilde{x} - x^0 = 0(\varepsilon)$$

lo que vuelve a ser el equivalente cierto. Lo que resulta más significativo es que $\tilde{x}$ y x^0 son valores que difieren, y que la diferencia es función de la incertidumbre r en particular.

Si se supone la independencia de las incertidumbres ($\rho=0$), o que s sea igual al valor esperado ($\sigma_s=0$), la relación [1] se convierte en:

$$\tilde{x} = \frac{x^0}{1+V^2}$$

---

y:

$$x^0 = \frac{\bar{r}(y^* - \bar{s}) + \bar{\alpha}x^*}{\bar{r}^2 + \bar{\alpha}}$$

de donde:

$$\bar{x} = \frac{x^0 - \rho\frac{\sigma_s}{\sigma_r}V}{1+V^2}$$

siendo:

$$V = \frac{\sigma_r^2}{\bar{r}^2 + \alpha}$$

Esto no hace más que constatar (si se asigna al nivel del instrumento el valor x^0 del «equivalente cierto»), que todo el cálculo desemboca en resultados pésimos si V, es decir si la incertidumbre sobre r, es elevada. Cuanto mayor es, es decir, cuanto menos conocidos sean los efectos del instrumento sobre el objetivo, con mayor prudencia deberá actuar el decisor: la incertidumbre sobre los efectos de un instrumento conlleva, pues, una mayor precaución en su manejo.

ANEXO 3

Elección de instrumentos para la política monetaria

Partimos del siguiente modelo:

$$\left.\begin{array}{l} y=Ar+B \\ M=Cr+D \end{array}\right\} \quad [1] \quad \text{si } r \text{ es el instrumento}$$

$$\longleftrightarrow \quad \begin{array}{l} y=Ar+B \\ M=\alpha y+\beta r+\gamma \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y'=A'M+B' \\ r=C'M+D \end{array} \quad [2] \quad \text{si } M \text{ es el instrumento}$$

con:

$$C=\beta+\alpha A \qquad D=\gamma+\alpha B$$

$$A'=-\frac{A}{C} \qquad B'=B-A\frac{D}{C}$$

$$C'=-\frac{1}{C} \qquad D=-\frac{D}{C}$$

El objetivo de la demostración será observar cómo la incertidumbre que afecta a la demanda de dinero (es decir a β), llevará a adoptar la decisión de utilizar el tipo de interés como instrumento, caso de que el resto de los parámetros sean perfectamente conocidos.

Se tiene, pues:

$$\sigma^2_A=\sigma^2_B=\sigma^2\alpha=\sigma^2_\gamma=0$$

$$\sigma^2_B=\sigma^2$$

Las soluciones óptimas de los sistemas [1] y [2], según estas hipótesis, serían:

$$\tilde{r}=\frac{y^{*}-\bar{B}}{\bar{A}} \qquad [3]$$

$$\tilde{M}=\frac{\bar{A}'(y^{*}-\bar{B}')-\rho_{A'B'}\sigma_{A'}\sigma_{B'}}{\bar{A}'^{2}+\sigma^{2}_{A'}} \qquad [4]$$

O bien:

$$E(A')=-AE(K) \qquad \text{con} \qquad K=\frac{1}{C}$$

$$E(B')=B-ADE(K)$$

$$V(A')=A^{2}V(K)$$

$$V(B')=A^{2}D^{2}V(K)$$

$$cov(A'B')=\ cov\left(-\frac{A}{C}\ ,\ B-\frac{AD}{C}\right)\ =A^{2}DV(K)$$

$$\longrightarrow\ \tilde{M}=\frac{-AE(K)[y^{*}-B+ADE(K)]-A^{2}DV(K)}{A^{2}E(K)^{2}+A^{2}V(K)} \qquad [5]$$

subrayando que:

$$E(K)^{2}+V(K)=E(K^{2})$$

$$\longrightarrow\ M=\frac{-E(K)(y^{*}-B)-ADE(K^{2})}{AE(K^{2})}$$

la diferencia de utilidad, conforme a la ecuación [36] del texto, sería, pues:

$$E_{r}-E_{M}=(\alpha_{r}-\alpha_{M})-(\beta_{r}-\beta_{M})+2y^{*}(\bar{B}-\bar{B}')$$

Respectivamente se tiene:

$$2y^*(\overline{B}-\overline{B}')=2ADE(K)y^*$$

$$\beta_r-\beta_M=\sigma^2{}_B-\overline{B}^2-\sigma^2{}_{B'}-\overline{B}'^2=B^2 -$$
$$-A^2D^2V(K)-[B^2+A^2D^2E(K)^2-2BADE(K)]$$

$$=2BADE(K)-A^2D^2E(K^2)$$

$$\alpha_r-\alpha_M=\widetilde{r}^2(\overline{A}^2+\sigma^2{}_A)-\widetilde{M}(\overline{A}'^2+\sigma^2{}_{A'})$$

$$=(y^*-B)^2-\left[\frac{E(K)(y^*-B)+ADE(K^2)}{AE(K^2)}\right]^2 A^2E(K^2)$$

$$\alpha_r-\alpha_M=(y^*-B)^2-\frac{E(K^2)(y^*-B)^2+A^2D^2E(K^2)^2+2ADE(K^2)(y^*-B)}{E(K^2)}$$

$$=(y^*-B)^2-\left[1-\frac{E(K)^2}{E(K^2)}\right]+A^2D^2E(K^2)+2ADE(K)(y^*-B)$$

O sea, finalmente:

$$E_r-E_M=(y^*-B)^2\left[\frac{V(K)}{E(K^2)}\right]>0$$

BIBLIOGRAFIA

BEARE, J. B.: *Macroeconomic: Cycles, Growth and Policy in a Monetary Economy*, Macmillan Publishing, 1978.

BRAINARD, W.: «Uncertainty and the Effectiveness of Policy», *American Economic Review*, mayo 1967.

CULBERTSON, J. M.: *Macroeconomic Theory and Stabilization Policy*, McGraw-Hill Book, 1968.

COOPER, J. P.: «A Method for Stochastic Control of non Linear Econometric Models and an Application», *Econometrica*, núm. 1, enero 1975.

— y FISCHER, S.: «Stabilization Policy and Lags», *Journal of Political Economy*, 1973.

CHOW, G. C.: «Control Methods for Macroeconomic Policy Analysis», *American Economic Review*, mayo 1976.

DIAMOND, P. A.: «Increases in Risk and in Risk Aversion», *Journal of Economic Theory*, 8, 1974.

FERICELLI, A. M.: «Theorie Statistique de la Décision», *Económica*, 1978.

FERNÁNDEZ DÍAZ, A.: «Introducción y metodología de la politica económica», *ICE*, Serie Plata, 1976.

FRIEDMAN, B. M.: *The Inefficiency of Short Run Monetary Targets for Monetary Policy*, Brookings Papers of Economic Activity.

HENRY, C.: «Investment Decisions Under Uncertainty: The Irreversibility Effect», *American Economic Review*, diciembre 1974.

HOLT, C. C.: «Linear Decision Rules for Economic Stabilization and Growth», *Quaterly Journal of Economics*, LVI, 1962.

LAHIRI, K.: «Multiperiod Prediction in Dynamic Models», *International Economic Review*, octubre 1975.

LINDBECK, A.: *Comportamiento político y política económica*, Oikos-Tau, 1975.

MOSLEY, P.: «Towards a "Satisficing Theory of Economic Policy"», *The Economic Journal*, marzo 1976.

MUNDELL, R. A.: «El uso apropiado de las políticas monetaria y fiscal para lograr la estabilidad interna y externa», *Revista Española de Economía*, núm. 1, 1971.

THEIL, H.: *Optimal Decision Rules for Governement and Industry*, North-Holland, 1964.