

Instituto de Estudios Políticos

REVISTA
DE
ECONOMIA
POLITICA

VOL. I NUM. 2 MADRID ABRIL - JUNIO 1945

REVISTA DE ECONOMIA POLITICA

Publicación trimestral del Instituto de Estudios Políticos: Sección de Economía

CONSEJO DE REDACCION

V. A. Alvarez
J. A. Piera

A. Anós
A. Ullastres

M. Paredes
J. Vergara (Director)

* * *

La REVISTA DE ECONOMIA POLITICA y Documentación Económica, publicación esta última editada también por la Sección de Economía del Instituto, suceden al Suplemento de Información Económica que ha publicado la Revista de Estudios Políticos durante el año 1943.

SUMARIO

	Páginas
J. CASTAÑEDA: El consumo de tabaco en España y sus factores	195
R. ROY: Teoría y aplicación de los números índices	293
Ideas y hechos económicos:	
M. PAREDES: La industrialización de España	335
O. FERNANDEZ BAÑOS: La plena ocupación en una sociedad libre	342
RESEÑA DE LIBROS	350
Resúmenes	388

* * *

La publicación de un trabajo en la REVISTA DE ECONOMIA POLITICA no implica necesariamente la adhesión del Instituto de Estudios Políticos a los conceptos vertidos en el mismo.

COLABORAN EN ESTE NUMERO:

JOSE CASTAÑEDA, Profesor de Economía Política y de Empresas en la Escuela de Ingenieros Industriales (Madrid), Vocal del Patronato Raimundo Lulio del Consejo Superior de Investigaciones Científicas. — RENE ROY, Profesor de la Ecole Nationale des Ponts et Chaussées y en el Institut de Statistique de la Universidad de París. Ha publicado: «De l'Utilité. Contribution a la théorie des choix» (París, 1942) y otros trabajos. — MIGUEL PAREDES MARCOS, Catedrático de Economía Política en la Universidad de Zaragoza. — OLEGARIO FERNANDEZ BAÑOS, Catedrático de Estadística Matemática en la Universidad de Madrid. Autor de un «Tratado de Estadística» (Madrid, 1945) y otros trabajos.

(El Índice de la «Reseña de libros», en la página 3 de cubierta.)

EL CONSUMO DE TABACO EN ESPAÑA Y SUS FACTORES

A la memoria de D. Antonio Flores de Lemus, cuyas enseñanzas se ha pretendido recoger en estas páginas.

SUMARIO:

Preliminar, 196.—*Cap. I. EL MATERIAL Y SU PREPARACIÓN:* Area objeto del estudio, 198.—Período estudiado, 199.—Significación de las ventas de tabaco en las fuentes utilizadas, 200.—Importes y cantidades de las ventas anuales de tabaco, 201.—Precios del tabaco, 202.—Movimiento del consumo por habitante, 207.—Movimiento del precio medio: las elevaciones de las tarifas, 209.

Cap. II. LA FUNCIÓN DE LA DEMANDA DE TABACO: Relación entre consumo y precios, 212.—Relaciones de concatenación o cambios relativos entre los datos brutos, 212.—Cambios relativos del consumo por habitante y del precio «real», 217.—La correlación múltiple, 221.—Correlación entre el importe del consumo de tabaco y la distribución de la población en dos clases, agrícola y no agrícola, 222.—La «superficie del consumo» del tabaco, 227.—La curva de la demanda de tabaco, 231.—Las curvas de la demanda total de tabaco en cada año, 232.—Significación de estos resultados, 233.—Una propiedad de la función de demanda obtenida, 234.—Aplicación de los resultados al año 1935, 235.

Cap. III. RELACIÓN ENTRE EL CONSUMO DE LAS CLASES COMUNES Y EL DE LAS CLASES FINAS: División de la mercancía en dos clases, 238.—Cantidades, importes y precios, 239.—Cálculo de la regresión múltiple, 241.—Comprobaciones, 242.

Cap. IV. EL EQUILIBRIO DEL MONOPOLIO: El punto de recaudación máxima, 245.—El punto de rendimiento máximo, 246.—Los costes variables de las labores, 248.—Comparación entre las condiciones del Monopolio en la realidad y las de máximo rendimiento, 250.

CONCLUSIÓN, 254.

APÉNDICE A. *La función de la demanda y la teoría del equilibrio económico*, 259.—APÉNDICE B. *La determinación del importe de las ventas y de las cantidades vendidas de tabaco:* Importe de las ventas de tabaco, 267.—«Valores» del

tabaco importado por los particulares, 272.—Cantidades vendidas de tabaco, 274.—Cantidades de tabaco importadas por los particulares, 281.—APÉNDICE C. *El movimiento de la población*, 281.—APÉNDICE D. *El índice general de precios al por menor*, 285.—APÉNDICE E. *Un índice de la renta nacional*, 290.

PRELIMINAR

El propósito que nos ha impulsado a emprender el presente trabajo ¹⁾ ha sido el deseo de aplicar el análisis científico a un punto concreto de la realidad económica española, no sólo con el objeto de efectuar su descripción, sino para hallar sus características y, una vez determinadas, examinar su comportamiento en relación con las construcciones puramente racionales de la teoría.

Dentro del ilimitado campo que ofrece a la observación el consumo de las diversas mercancías, muchas han sido las razones que han abonado la elección del tabaco como materia de nuestro estudio. Por una parte, para eliminar la complejidad que introducen los fenómenos de sustitución de unos artículos por otros de los que son aptos para satisfacer una misma necesidad humana, ya que, prácticamente, cabe afirmar que ninguna mercancía es capaz de sustituir al tabaco para satisfacer la necesidad o apetito de los fumadores, y bien conocidas son las enormes dificultades para transformar el hábito de fumar en otro diferente. A su vez, las cantidades de tabaco que se consumen en usos distintos que el de fumar son sumamente pequeñas ²⁾.

¹⁾ Una parte del mismo constituyó la tesis presentada para el Doctorado en la Facultad de Derecho de la Universidad de Madrid, que el 27 de febrero de 1936 fué calificada con sobresaliente por un tribunal presidido por el Excmo. Sr. D. Antonio Flores de Lemus (†). Posteriormente fué concedido a su autor, previa oposición, el Premio Extraordinario en dicho grado.

Las principales adiciones a aquella tesis son los dos últimos apartados del capítulo II, y el capítulo III y el Apéndice A, íntegros.

²⁾ Las estadísticas españolas contienen la cifra global de consumo de rapé y de polvo, sin que sea posible distinguir cada una de las dos partes. El consumo de rapé puede estimarse, en cierto modo, como análogo al del tabaco para fumar, y es sólo el polvo lo que se dedica a usos realmente diferentes, ya como insecticida, bien para la extracción de la nicotina, o ya para cumplir alguna otra aplicación. Además, el tabaco para mascar, cuyo consumo, como el del rapé, tiene cierta importancia en otros países, ni siquiera se halla a la venta en España, por no contar entre nuestras costumbres. Sin embargo, aunque toda la cantidad consumida de rapé y polvo se destinase a usos agrícolas o industriales, su importancia al lado de la que encuentra aplicación como artículo para fumar, es verdaderamente insignificante. El consumo de rapé y polvo sigue en España una marcha decreciente: en 1901 fué de tres toneladas y media, frente a un total de 16.800 toneladas de tabaco; en 1934, el de rapé y polvo no llegó a una tonelada, frente a cerca de 27.000 toneladas de tabaco. Está, pues, justificado que consideremos existente una adecuación biunívoca entre el tabaco y la necesidad o apetito de fumar.

También apoya nuestra elección del tabaco el que dicho artículo figura en el grupo que el tecnicismo designa como "lujo de masas", tan interesante para la ciencia económica, y dentro de dicha clase ocupa un destacado lugar, puesto que su consumo es uno de los más generalizados.

Por último, a favor del tabaco hay, asimismo, una ventaja decisiva, toda vez que, como su venta constituye en nuestro país un monopolio de Estado, existen datos sobre la misma cuya obtención para otras mercancías tropezaría con obstáculos difícilmente superables por un estudioso aislado, que no cuenta con ayudas personales ni materiales. Esta situación de monopolio acrecienta el interés que puede derivar de nuestra investigación con la posibilidad de poner de manifiesto el rumbo con que la Administración dirige la explotación monopolizada.

Sin embargo, debemos hacer constar que nuestro trabajo no pretende estudiar el monopolio de tabacos en cuanto a su significación dentro de la Hacienda española, ni en el aspecto técnico-industrial de la explotación, ni tampoco en el de su organización administrativa. Vamos a limitarnos a buscar las relaciones que guarda el consumo de tabaco con los factores económicos ligados a él más estrechamente, y como aplicación de tales relaciones trataremos de determinar los puntos de equilibrio de la Renta ¹⁾.

¹⁾ El lector a quien sólo interesen los resultados de este trabajo puede limitarse a leer el Capítulo I, los siete últimos apartados del Capítulo II (págs. 222 a 238), los tres primeros del Capítulo III (págs. 238 a 242), el apartado último del Capítulo IV (págs. 250 a 254) y la Conclusión (págs. 254 a 258). Podrá encontrarse quizá utilidad para otros trabajos en los Apéndices C, D y E, que han intentado resolver varios puntos del problema con el que se enfrenta todo investigador español, a saber, la carencia de unas series temporales descriptivas de la actividad económica nacional suficientemente rigurosas. El interesado en los problemas de la teoría económica pura podrá leer el Apéndice A.

CAPITULO I

El material y su preparación

AREA OBJETO DEL ESTUDIO

En la fijación precisa del objeto de nuestro estudio debemos comenzar por establecer sus límites respecto al espacio, esto es, el área geográfica dentro de la cual vamos a considerar el consumo de tabaco. El monopolio español se extendía anteriormente a todo el territorio nacional, con la sola excepción de las islas Canarias ¹⁾.

Como consecuencia de la segregación de las plazas de Ceuta y Melilla, las estadísticas de la Compañía Arrendataria de Tabacos, que constituyen la principal fuente para nuestro trabajo, han dejado de recoger, desde 1927, el consumo de aquellas plazas, salvo en el período que media entre la derogación de la primera concesión del monopolio para las mismas y el otorgamiento del posterior arriendo. En vista de ello, y ante las dificultades para procurarnos información de las ventas en Ceuta y Melilla durante el tiempo en que en dichas plazas no era explotado el monopolio por la misma entidad que lo hacía en el resto del territorio nacional salvo Canarias, hemos

¹⁾ Así, la Ley de 30 de agosto de 1896, que establecía las condiciones para la renovación del contrato con la Arrendataria, comenzaba con la frase «El contrato de arriendo del monopolio de la fabricación y venta del tabaco en la Península, islas Baleares, Ceuta y demás posesiones del norte de Africa...» La extensión no fué alterada cuando se modificó el Convenio en 1900. Sin embargo, las ventas de tabaco efectuadas por el monopolio en el norte de Africa fueron siempre de poca consideración, y como efecto de ello, al concertarse en 1921 el nuevo contrato entre el Estado y la Arrendataria, se incluyó en el mismo la cláusula 26.ª, en la que se dice: «El Ministro de Hacienda podrá excluir del contrato, cuando lo considere conveniente, el monopolio del tabaco en las posesiones españolas del norte de Africa, sin que por ello se abone a la Compañía indemnización alguna...» Poco después, en el Real decreto de 23 de mayo de 1922 se reconoce explícitamente el escaso volumen de las ventas del monopolio en el norte de Africa, y se propone como remedio la venta de labores especiales a precios inferiores a los de las análogas peninsulares; y años más tarde, por Real decreto-ley de 2 de agosto de 1927, fueron segregadas del contrato con la Arrendataria las plazas de Ceuta y Melilla, cuyo monopolio fué adjudicado al subarrendatario de la zona de Protectorado español en Marruecos. Dicha disposición fué derogada por el Decreto-ley de 6 de junio de 1931, pero por Ley de 9 de enero de 1932 se declaró solemnemente excluido del contrato con la Arrendataria el monopolio en Ceuta y Melilla y quedaron fijadas las normas para conceder la explotación de este último, que fué efectivamente otorgada a otra Compañía.

tenido que reducir nuestra labor al campo a que actualmente extiende sus actividades la Compañía Arrendataria de Tabacos, o sea el territorio peninsular y las islas Baleares, dejando fuera de nuestra consideración el consumo en las islas Canarias y zona del norte de Africa.

PERÍODO ESTUDIADO

Otro de los puntos que hemos de determinar es el lapso de tiempo al que debe extenderse nuestro trabajo. Cuanta mayor extensión tenga el período estudiado, mayor será, evidentemente, el número de observaciones de que dispondremos para el análisis, pero también se hallarán dichas observaciones más distanciadas en el tiempo y aumentará, por tanto, la probabilidad de que hayan experimentado variación las circunstancias que rodean a los fenómenos considerados y que el investigador tiene que suponer constantes. Por el contrario, una reducción del tiempo estudiado disminuirá los inconvenientes señalados, a costa de sacrificar el número de observaciones, lo que limitará las posibilidades de utilización de las mismas y, sobre todo, la significación de los resultados obtenidos.

Como posición conciliatoria entre ambas exigencias, fijamos como período comprendido por nuestro examen el formado por los años 1901 a 1934. En párrafo aparte, por ser resultado de una elaboración posterior, se amplía el estudio al año de 1935. De ese modo dejamos de considerar los tiempos en que, por contar nuestro país con posesiones ultramarinas, eran diferentes en ciertos aspectos las condiciones del aprovisionamiento de tabaco y eliminamos también los trastornos económicos que siguieron inmediatamente a nuestras últimas guerras coloniales. Además, en 1900 fueron establecidos varios importantes recargos en los precios del tabaco, que necesariamente habrían de repercutir sobre su consumo, y por ello estimamos preferible prescindir de dicho año, a fin de que la anormalidad señalada no figure en un extremo de nuestra serie, donde su aislamiento entrañaría mayores dificultades. En el otro extremo, es evidentemente imposible prolongar el estudio después de 1935, pues a partir de dicho año el consumidor no ha tenido posibilidad de adquirir el tabaco en las cantidades deseadas, ya que ha estado sometido a régimen de racionamiento.

Las variables que vamos a examinar no pertenecen a la categoría

de cantidades económicas llamada por Fisher ¹⁾ «fondo» (*stock*) de riqueza, sino a la que ha denominado «corriente» o «flujo» (*flow*) de riqueza. Así ocurre con el importe y las cantidades físicas del tabaco consumido, a que nos vamos a referir principalmente, y lo mismo con algunos otros factores que con dicho consumo se hallan relacionados. No se trata de cantidades que tienen existencia en un instante determinado, sino de corrientes de bienes que fluyen o circulan durante un período de tiempo, dirigidas en nuestro caso al consumo. Por tanto, hemos de determinar el período, esto es, la duración a que debemos referir dichas corrientes para tomar sus valores como materia de nuestro análisis. Cuanto más breves fueran éstos, mayor sería el número de observaciones disponibles, pero se encontrarían afectadas en mayor proporción por las irregularidades derivadas de la manera de formarlas. Por la razón apuntada, en los trabajos dedicados a estas cuestiones suele operarse con datos referentes a períodos anuales, y lo mismo hacemos nosotros, sin que, además, nos quepa opción en este respecto, ante la carencia de cifras correspondientes a períodos más cortos para algunas de las variables consideradas.

Tomamos, pues, como punto de partida para nuestra labor, por una parte, el importe total del tabaco consumido anualmente en el territorio peninsular y Baleares; por otro lado, reunimos las cifras que expresan las cantidades consumidas en los mismos períodos.

SIGNIFICACIÓN DE LAS VENTAS DE TABACO EN LAS FUENTES UTILIZADAS

Como hemos dicho, la venta de tabaco constituye, dentro del territorio ya señalado, un monopolio del Estado español, cuya explotación se halla confiada, mediante las condiciones estipuladas en el Convenio ²⁾, a la Compañía Arrendataria formada con ese fin social. Se halla también permitida a los particulares la importación de labores extranjeras, previo el pago de los derechos establecidos y con intervención de la Arrendataria; pero, salvo esta pequeña modalidad del consumo, cuya importancia relativa, como veremos, es

¹⁾ IRVING FISHER, *The nature of capital and income*; Nueva York, Macmillan, 1916, cap. I.

²⁾ Durante el período que estudiamos han regido dos contratos, aprobados respectivamente por RR. DD. de 20 de octubre de 1900 y de 30 de julio de 1921. Para la ejecución del primero fué dictado el Reglamento aprobado por R. D. de 21 de febrero de 1901, y para la del segundo, el aprobado por R. D. de 15 de octubre de 1921.

muy pequeña, la totalidad del mismo se surte en las expendedorías que la Compañía tiene dispuestas para ello.

Veremos también en seguida que las fuentes de información de que disponemos son los estados de liquidación de la Renta formulados por la Arrendataria, como asimismo las estadísticas establecidas por la misma Compañía para conocer el desenvolvimiento del consumo. Para su mejor utilización, antes de recoger los datos que arrojan las expresadas fuentes conviene conocer el procedimiento que ha presidido su formación, pues solamente de ese modo se puede comprender la exacta significación de cada una de las cifras.

Las relaciones de los expendedores con la Compañía se hallan reguladas por la Circular de 23 de febrero de 1912, titulada «Instrucciones para el buen régimen y organización de los servicios provinciales y de las expendedorías adscritas a los mismos», ligeramente modificada por las Circulares de 26 de mayo y 11 de octubre, ambas de 1926. Según esta reglamentación, la Arrendataria cobra y reputa como vendidos los géneros que forman la «saca», es decir, los que de las Representaciones y Administraciones subalternas de aquélla retiran los expendedores para formar el surtido de las expendedorías. En consecuencia, lo mismo las cantidades de tabaco que los respectivos importes que figuran como ventas en los estados formados por la Compañía, no son realmente ventas al público, a los consumidores, sino las «sacas» efectuadas por los expendedores en los días señalados al efecto por los Representantes, con periodicidad generalmente semanal. Por esta razón, las cifras dadas por la Compañía como ventas de tabaco no corresponden a las de consumo real, pues para deducir éstas habría que tener en cuenta las variaciones experimentadas por las existencias que se hallan en las expendedorías. Esta es una de las causas de error de los datos referentes al consumo de tabaco, y sobre ello tendremos que volver más adelante, cuando tratemos de obtener una ley descriptiva de dicho consumo.

IMPORTES Y CANTIDADES DE LAS VENTAS ANUALES DE TABACO

Las cantidades recaudadas por la Compañía Arrendataria en concepto de venta de tabaco figuran en los estados de liquidación de la Renta, publicados en la *Gaceta de Madrid* y en el *Boletín Oficial del Ministerio de Hacienda*, y que se incluyen también en las Memorias presentadas por la Dirección de la Compañía a las Juntas generales de accionistas reunidas anualmente. En dichos estados de

liquidación el tabaco vendido se clasifica en cinco grupos: labores peninsulares, labores extranjeras vendidas en comisión, labores extranjeras vendidas directamente, labores de Canarias y labores procedentes de comiso. La Arrendataria efectúa también algunas ventas para el Extranjero, pero su importe se consigna por separado y, por consiguiente, no da lugar a confusiones con nuestro objeto.

La mayor parte de las cifras que figuran en tales fuentes no son directamente utilizables para nuestro objeto, ya por incluir las ventas efectuadas en Canarias y plazas del norte de Africa, o bien por carecer de regularidad anual, toda vez que se refieren a los ejercicios sociales de la Arrendataria, coincidentes con los períodos económicos de la Hacienda pública. También ha de tenerse en cuenta que aquellas fuentes contienen el importe de los derechos satisfechos por la importación de tabaco efectuada por los particulares, pero no el valor del tabaco importado.

En cuanto a las cantidades vendidas de tabaco, hay que advertir que, si bien las Memorias de la Arrendataria recogen las cifras correspondientes a las labores peninsulares, no ocurre lo mismo con las demás clases de tabaco.

Es, por ello, necesario efectuar, con las cifras brutas contenidas en las fuentes de referencia, las operaciones conducentes a la obtención de las cifras que nos expresen el importe y la cantidad totales del tabaco consumido cada año en el territorio peninsular y Baleares. Los resultados de este proceso preparatorio del material se condensan en los *cuadros I y II*, cuya elaboración se expone con detalle en el *Apéndice B*.

PRECIOS DEL TABACO

Las columnas señaladas con el número (8) en ambos *cuadros* expresan, en consecuencia, los totales del importe y de la cantidad de las labores consumidas anualmente en el territorio peninsular y Baleares. Dichas columnas han sido reproducidas en el *cuadro III*, y por su división ordenada se ha formado la columna (4), que representa el precio medio de las labores consumidas, expresado en pesetas por kilogramo. Como se desprende de su procedimiento de obtención, éste es un precio medio verdaderamente ideal, puesto que es el resultado de dividir el importe total gastado anualmente en tabaco, por la cantidad de éste. Dicho precio es, pues, el correspondiente a la mercancía abstracta tabaco, en la que comprendemos el conjunto del consumido en todas sus formas y calidades.

Cuadro I

IMPORTE DEL TABACO CONSUMIDO

Años	Labores peninsulares	Labores de comiso	Labores extranjeras en comisión	Labores extranjeras de venta directa	Labores de Canarias	Labores importadas por los particulares	TOTAL = Σ (2) a (7)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
MILLARES DE PESETAS							
1901	190 140,9	35,3	11 973,9	2,0	—	1 152,4	203 304,5
1902	197 818,4	39,8	7 215,0	14,6	—	1 054,0	206 141,8
1903	200 218,1	22,1	6 053,3	5,2	—	993,3	207 292,0
1904	198 300,7	63,0	4 725,5	5,8	—	913,0	204 008,0
1905	192 227,9	40,3	4 841,5	1,3	—	992,0	198 103,0
1906	195 818,8	28,9	5 435,2	—	—	888,7	202 171,6
1907	197 249,6	52,2	5 572,3	19,3	—	976,3	203 869,7
1908	203 848,4	73,6	5 636,0	7,5	—	890,5	210 456,0
1909	203 766,0	119,5	4 662,9	—	—	824,4	209 372,8
1910	206 270,6	191,6	4 971,2	0,1	194,2	798,4	212 426,3
1911	197 227,1	211,0	4 877,7	25,2	—	752,1	203 093,1
1912	211 591,5	183,2	5 141,8	11,7	—	767,2	217 695,4
1913	215 374,9	230,0	4 986,8	4,0	—	813,3	221 409,0
1914	213 454,6	222,6	5 647,7	—	—	759,9	220 082,8
1915	211 438,8	97,8	6 061,9	—	—	733,6	218 332,1
1916	226 189,9	198,6	7 349,6	—	—	804,8	234 542,9
1917	242 412,1	223,6	8 870,1	—	—	807,4	252 313,2
1918	267 404,5	172,7	11 070,2	—	—	760,1	279 407,5
1919	295 782,2	380,3	15 606,9	—	—	1 450,5	313 219,9
1920	246 453,6	439,0	21 376,5	17 539,2	—	3 243,5	289 051,8
1921	282 194,0	464,6	23 289,8	32 368,8	—	2 936,2	341 253,4
1922	300 755,1	461,9	21 669,6	61 781,4	—	1 779,5	386 447,5
1923	277 839,2	323,7	20 676,9	96 398,3	4 124,1	1 436,4	400 798,6
1924	276 905,2	198,2	20 813,2	100 784,6	16 400,5	1 673,8	416 775,5
1925	320 734,4	191,3	21 491,9	55 945,7	18 499,0	1 421,6	418 283,9
1926	378 808,5	198,3	22 544,6	14 032,8	11 777,6	1 483,2	428 845,0
1927	388 529,7	111,6	20 177,4	2 135,8	24 643,9	1 437,9	437 036,3
1928	395 687,8	271,3	22 736,6	2 195,4	25 061,4	1 238,5	447 191,0
1929	404 730,8	273,2	24 086,5	826,5	23 723,6	1 405,6	455 046,2
1930	420 334,7	116,1	25 753,3	398,5	24 680,7	1 367,4	472 650,7
1931	418 573,2	79,6	26 282,0	1 006,6	23 798,5	1 244,7	470 984,6
1932	423 893,6	159,0	23 864,7	479,4	15 026,7	1 005,9	464 429,3
1933	432 564,9	227,9	23 325,9	499,3	12 945,5	710,2	470 273,7
1934	436 430,8	195,9	25 017,5	75,4	18 424,3	646,8	480 790,7

Cuadro II

CANTIDADES CONSUMIDAS DE TABACO

Años	Labores peninsulares	Labores de comiso	Labores extranjeras en comisión	Labores extranjeras de venta directa	Labores de Canarias	Labores importadas por los particulares	TOTAL = Σ (2) a (7)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
MILLARES DE KILOGRAMOS							
1901	16 593,2	3,1	220,2	—	—	21,2	16 837,7
1902	17 319,1	3,5	123,3	0,2	—	18,0	17 464,1
1903	17 602,1	1,9	84,6	0,1	—	13,9	17 702,6
1904	17 366,4	5,5	59,3	0,1	—	11,5	17 442,8
1905	16 725,3	3,5	57,3	—	—	11,7	16 797,8
1906	17 266,7	2,5	69,0	—	—	11,3	17 349,5
1907	17 581,3	4,7	72,6	0,3	—	12,7	17 671,6
1908	18 271,2	6,6	68,7	0,1	—	10,9	18 357,5
1909	18 430,1	10,8	53,7	—	—	9,5	18 504,1
1910	18 718,0	17,4	55,8	—	2,2	9,0	18 802,4
1911	18 122,4	19,4	56,5	0,3	—	8,7	18 207,3
1912	17 903,5	15,5	56,8	0,1	—	8,5	17 984,4
1913	18 281,4	19,5	51,2	—	—	8,4	18 360,5
1914	18 231,3	19,0	59,7	—	—	8,0	18 318,1
1915	17 914,4	8,3	66,0	—	—	8,0	17 996,7
1916	18 806,3	16,5	82,1	—	—	9,0	18 913,9
1917	19 679,4	18,2	98,6	—	—	5,9	19 802,1
1918	20 979,8	13,5	123,0	—	—	5,5	21 121 8
1919	20 102,7	25,8	173,4	—	—	10,5	20 312,4
1920	16 581,0	29,5	237,5	923,1	—	15,7	17 786,8
1921	19 267,0	31,7	258,8	1 703,6	—	14,2	21 275,3
1922	21 732,1	33,4	240,8	3 251,7	—	8,6	25 266,6
1923	20 637,2	24,0	229,7	5 073,6	165,0	7,0	26 136,5
1924	20 564,5	14,7	231,3	5 304,5	656,0	8,1	26 779,1
1925	23 235,3	13,9	238,8	2 944,5	740,0	6,9	27 179,4
1926	26 332,0	13,8	250,5	738,6	471,1	7,2	27 813,2
1927	26 666,1	7,7	237,4	112,4	985,8	7,0	28 016,4
1928	27 044,0	18,5	291,5	115,5	1 002,5	6,0	28 478,0
1929	27 262,2	18,4	308,8	43,5	948,9	6,8	28 588,6
1930	28 223,5	7,8	330,2	21,0	987,2	6,6	29 576,3
1931	27 889,3	5,3	336,9	53,0	951,9	6,0	29 242,4
1932	25 751,3	9,7	306,0	25,2	552,2	5,4	26 649,8
1933	25 537,9	13,5	289,8	21,9	473,3	2,7	26 339,1
1934	25 559,3	11,5	325,2	3,3	759,6	2,5	26 661,4

Cuadro III

PRECIO MEDIO DEL TABACO CONSUMIDO

Años	Importe del consumo total	Cantidades consumidas	Precio medio
	(2)	(3)	(4) = $\frac{(2)}{(3)}$
(1)	Millares de pesetas	Millares de kilogramos	Pesetas por kilogramo
1901	203 304,5	16 837,7	12,074 4
1902	206 141,6	17 464,1	11,603 7
1903	207 292,0	17 702,6	11,709 7
1904	204 008,0	17 442,8	11,695 8
1905	198 103,0	16 797,8	11,793 4
1906	202 171,6	17 349,5	11,652 9
1907	203 869,7	17 671,6	11,536 6
1908	210 456,0	18 357,5	11,464 3
1909	209 372,8	18 504,1	11,314 9
1910	212 426,3	18 802,4	11,297 8
1911	203 093 1	18 207,3	11,154 5
1912	217 695,4	17 984,4	12,104 7
1913	221 409,0	18 360,4	12,059 0
1914	220 082,8	18 318,1	12,014 5
1915	218 332,1	17 996,7	12,131 8
1916	234 542,9	16 913,9	12,400 5
1917	252 313,2	19 802,1	12 741,7
1918	279 407,5	21 121,8	13,228 4
1919	313 219,9	20 312,4	15,420 1
1920	289 051,8	17 786,8	16,250 9
1921	341 253,4	21 275,3	16,039 9
1922	386 447,5	25 266,6	15,294 8
1923	400 798,6	26 136,5	15,334 8
1924	416 775,5	26 779,1	15,563 5
1925	418 283,9	27 179,4	15,389 7
1926	428 845,0	27 813,2	15,418 8
1927	437 036,3	28 016,4	15,599 3
1928	447 191,0	28 478,0	15,703 0
1929	455 046,2	28 588,6	15,917 0
1930	472 650,7	29 576,3	15,980 7
1931	470 984,6	29 242,4	16,106 2
1932	464 429,3	26 649,8	17,427 1
1933	470 273,7	26 339,1	17,854 6
1934	480 790,7	26 661,4	18,032 2

*Cuadro IV*CONSUMO DE TABACO POR HABITANTE
Y PRECIO MEDIO

Años	Consumo por habitante (2)	Precio medio (3)
(1)	Kilogramos	Pesetas por kilogramo
1901	0,919 9	12,074 4
1902	0,947 2	11,803 7
1903	0,953 4	11,709 7
1904	0,933 0	11,695 8
1905	0,892 6	11,793 4
1906	0,915 9	11,652 9
1907	0,927 0	11 536 6
1908	0,957 0	11,464 3
1909	0,958 6	11,314 9
1910	0,968 0	11,297 8
1911	0,941 6	11,154 5
1912	0,914 5	12,104 7
1913	0,927 8	12,059 0
1914	0,919 8	12,014 5
1915	0,897 8	12,131 8
1916	0,937 3	12,400 5
1917	0,974 7	12,741 7
1918	1,032 3	13,228 4
1919	0,958 6	15,420 1
1920	0,856 6	16,250 9
1921	1,016 6	16,039 9
1922	1,197 5	15,294 8
1923	1,228 2	15,334 8
1924	1,247 3	15,563 5
1925	1,254 4	15,389 7
1926	1,271 0	15 418 6
1927	1,267 3	15,599 3
1928	1,274 4	15,703 0
1929	1,265 0	15,917 0
1930	1,293,3	15,980 7
1931	1,263 1	16,106 2
1932	1,136 9	17,427 1
1933	1,109 7	17,854 6
1934	1,109 4	18,033 2

MOVIMIENTO DEL CONSUMO POR HABITANTE

En la columna (2) del *cuadro IV* hemos anotado los resultados de dividir ordenadamente la columna (2) del *cuadro III* por las cifras de población correspondiente en el tiempo ¹⁾. Por tanto, estos cocientes representan el consumo anual medio, expresado en kilogramos por habitante ²⁾. En la columna (3) del mismo *cuadro* hemos reproducido la (4) del *III*, para que puedan compararse con facilidad el desenvolvimiento del consumo y el del precio respectivo. A su vez, en la *figura 1* representamos gráficamente el desenvolvimiento del consumo de tabaco por habitante y los respectivos precios medios.

Como vemos, el consumo ha sido sensiblemente constante en los años 1901 a 1910, con una ligera tendencia creciente, dentro de la cual se acusa marcadamente el descenso experimentado en 1905, a consecuencia de la aguda depresión económica por que atravesó el país, con pérdida de las cosechas en muchas regiones de la Península y paralización de explotaciones mineras e industriales ³⁾. En 1911 se inició un retroceso del consumo, acentuado en el año siguiente, que ha de atribuirse a la elevación de las tarifas. En 1914 experimentaron nuevamente las ventas una acusada disminución, motivada por la contracción económica producida por la guerra europea, pues si se examinan las cifras de ventas mensuales, se observa que en los siete primeros meses del año las ventas fueron mayores que en los del anterior y el descenso se operó en los cinco meses últimos. También en 1915 disminuyó el consumo, pero con inversa distribución dentro del año, ya que en los cinco últimos meses se operó una fuerte reacción. En los años 1916, 1917 y 1918 se manifestó una notable elevación en las ventas que la Compañía atribuyó ⁴⁾ a varias causas, como el aumento de la riqueza nacional, el acaparamiento y exportación de labores, y especialmente la disminución del contrabando. A consecuencia del incremento del consumo y de las dificultades para el aprovisionamiento y la fabricación, derivadas de los trastor-

1) El cálculo de estas cifras figura en el *Apéndice C*.

2) Como las cifras de población corresponden a la total del territorio considerado, este consumo medio es completamente ficticio, pues sólo alcanzaría realidad en el caso de que consumiesen la misma cantidad de tabaco todos los habitantes, sin distinción de edad ni de sexo. No puede, pues, en manera alguna, confundirse con el consumo medio del fumador.

3) Véase la Memoria presentada a la Junta general de accionistas de la Arrendataria celebrada en 25 de marzo de 1906, págs. 10 y 11.

4) Véanse las Memorias presentadas a las Juntas de accionistas de la Compañía Arrendataria de Tabacos celebradas los años 1917, 1918 y 1920, págs. 12, 11 y 8-9, respectivamente.

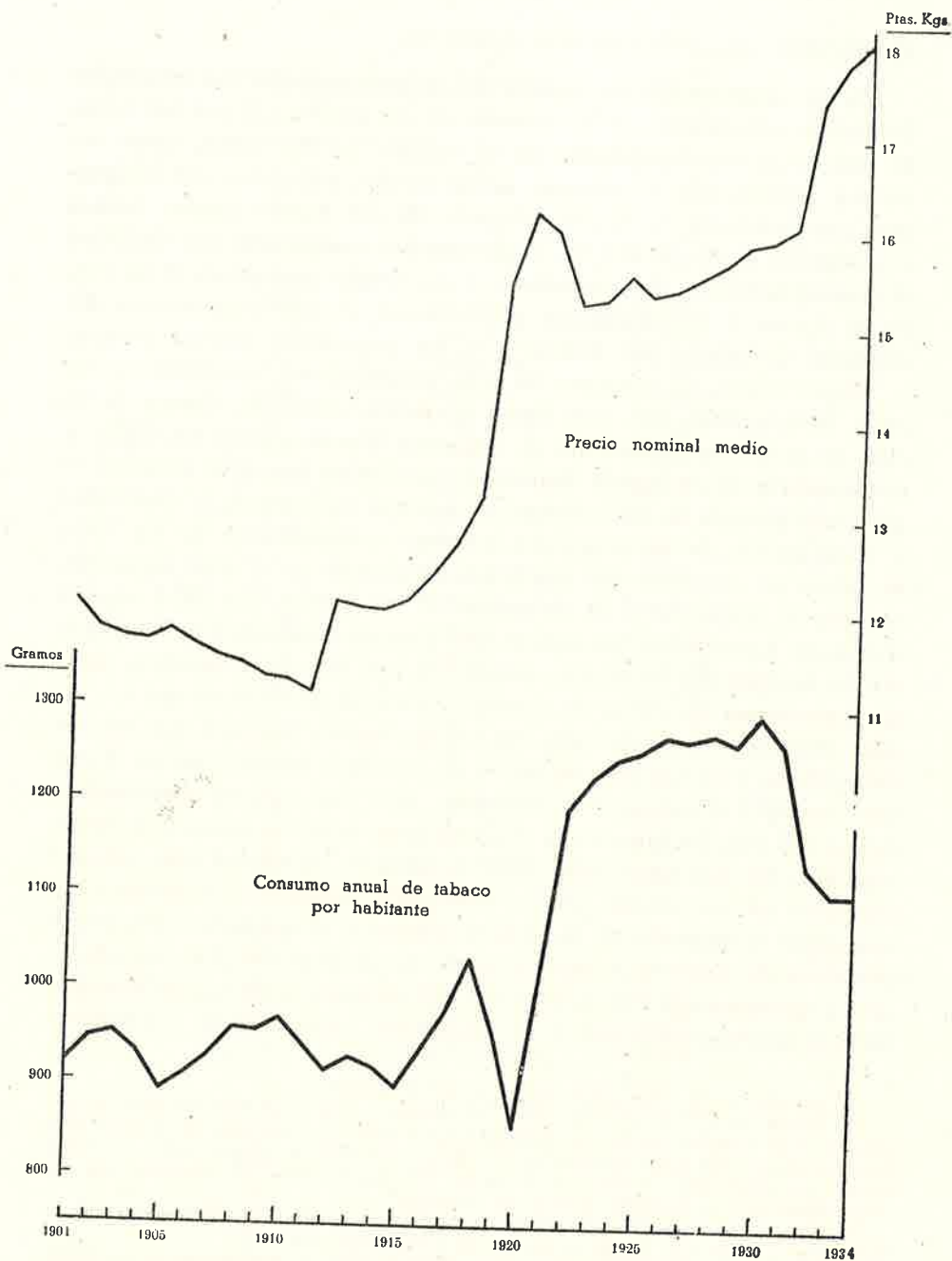


Fig. 1.—Desarrollo del consumo anual de tabaco por habitante (a la escala vertical de la izquierda) y del precio nominal medio (a la escala vertical de la derecha).

nos posteriores a la Gran Guerra, en 1919, 1920 y 1921 escasearon las labores en forma tal, que el consumo tuvo que contraerse. La importación de labores extranjeras para sustituir a las peninsulares, iniciada en 1920, adquirió en 1922 la importancia necesaria para permitir la expansión del consumo, como se observa en el *cuadro IV*. Con los marcadísimos incrementos acusados en 1921 y 1922, el consumo de tabaco ascendió a cifras considerablemente más elevadas que en todos los años precedentes y, dentro de este nivel, todavía conservó una ligera tendencia creciente hasta el año 1930. En 1931 sufrió un pequeño descenso; pero éste fué mucho mayor en 1932, como efecto de la elevación de las tarifas, a la que se debe también el nuevo descenso experimentado en 1933; el consumo en el año 1934 se ha mantenido sensiblemente el mismo que el año anterior.

MOVIMIENTO DEL PRECIO MEDIO: LAS ELEVACIONES DE LAS TARIFAS

Si examinamos las variaciones del precio medio, podremos ver que desde los años 1901 a 1911 ha seguido con bastante regularidad una marcha ligeramente decreciente. En 1900 habían sido elevadas de modo general las tarifas de las labores, según la autorización concedida por la Ley de 18 de marzo para efectuarlo hasta en un 20 por 100, como término medio, con relación al producto obtenido en el ejercicio 1898-99, precepto desarrollado por las RR. OO. de 21 de marzo y 21 de septiembre del mismo año, que fijaron los nuevos precios de modo que el recargo representó el 17,925 por 100. Esta cifra expresa la media aritmética de los tipos de recargo en los precios de todas las labores, ponderados según la recaudación en cada una de ellas durante el ejercicio 1898-99, es decir, que si después de la elevación de las tarifas se vendiese de cada una de las labores la misma cantidad que antes del aumento de precios, el incremento de la recaudación sería del 17,925 por 100.

Durante los años que siguieron a dicha elevación de tarifas, éstas no sufrieron modificación, pues no puede considerarse como tal la sucesiva creación de nuevos tipos, comprendidos en el grupo denominado «Nuevas labores», de venta relativamente muy reducida. Bajo esta constancia de las tarifas, es interesante observar una tendencia decreciente del precio medio, no muy acentuada, pero que se acusa con bastante regularidad y pone de relieve el empobrecimiento del consumo, desplazado hacia las clases inferiores.

Según la Ley de Presupuestos de 29 de diciembre de 1910, quedó autorizado el establecimiento, sobre los precios de venta de las labores, de un recargo hasta del 15 por 100 de aumento, como término medio, con relación al producto total obtenido de las ventas en 1909. En ejecución de esta Ley, la R. O. de 11 de enero de 1911 fijó los nuevos precios que habían de regir desde el primero de febrero siguiente, con un aumento medio del 10,211 por 100, cifra cuyo significado es análogo al explicado para la subida de 1900. Esta elevación de tarifas determinó un desplazamiento del consumo hacia las clases inferiores, con tanta intensidad, que el precio medio resultante en el año 1911 fué inferior al del año precedente, durante el cual rigieron las tarifas sin recargo. Con el fin de corregir un desplazamiento de tal magnitud, la R. O. de 22 de diciembre de 1911 elevó los precios de ciertas labores desde primero de enero de 1912, y con ello el recargo quedó aumentado al 13,272 por 100 en relación con el producto total obtenido en el ejercicio de 1909. A consecuencia de dicha subida de tarifas, el precio medio del tabaco experimentó en 1912 un marcado aumento, equivalente al 6,980 por 100 con respecto a 1909. La modificación de tarifas no logró, pues, aumentar el precio medio sino en un tipo próximamente la mitad del promedio de elevación, lo que revela un considerable desplazamiento del consumo hacia clases de precio más bajo.

El precio medio retrocedió ligeramente los años 1913 y 1914; a partir de 1915 se percibe una acusada tendencia hacia su elevación, en la que sin duda influyó en un principio el aumento de la riqueza nacional, aunque más tarde actuó con carácter preponderante la escasez de labores, principalmente de las clases inferiores, que obligó a consumir mayor proporción de las más caras, efecto acentuado por la elevación de tarifas de venta de las labores finas, establecida en 1.º de abril de 1919, según la R. O. de 24 de marzo inmediatamente anterior. El mayor incremento del precio medio se manifiesta en los años 1919 y 1920, siendo el precio alcanzado en este último el más elevado que se había conocido hasta entonces, y que no fué sobrepasado sino después de aplicada la elevación de tarifas de 1932. Nótese que dicho mayor precio en el año 1920 coincide con la escasez de labores más intensa.

En 1921 la importación de labores extranjeras para suplir la falta de peninsulares atenuó la escasez, con lo que descendió el precio medio, y lo mismo ocurrió en 1922. A partir de entonces, el precio medio se mantuvo durante unos años sensiblemente constante, con una lige-

ra tendencia a la elevación desde 1925, a la que contribuyeron la subida de los precios de algunas labores comunes, establecida en 1.º de enero de 1926, según R. O. de 16 de diciembre anterior, y el alza indirecta en los de algunas otras, autorizada por la R. O. de 20 de julio de 1928, según la cual se varió la forma de presentación de ciertas labores de tal modo que entrañaba un encarecimiento.

La tendencia suave a la elevación del precio medio continuó hasta el año 1931. En el siguiente se estableció una elevación general de las tarifas, autorizada por la Ley de 17 de marzo de 1932, que permitió recargarlas hasta el 20 por 100 de aumento, como término medio, en relación con el producto total de las ventas en 1930. En cumplimiento de esta Ley, por Ordenes ministeriales de 22 y 25 de marzo se fijaron, respectivamente, las nuevas tarifas para las labores peninsulares, que representaban en 18,66 por 100 de aumento, y para las labores de Canarias, en las que suponían un recargo del 16,71 por 100, como término medio, y todas ellas se pusieron en vigor en 1.º de abril de 1932. También fueron elevados en proporción equivalente los derechos percibidos por la venta en comisión de labores extranjeras. Por efecto de esta elevación general de tarifas, el precio medio experimentó en 1932 un sensible incremento, y aún se elevó en 1933, sin duda porque en el año anterior sólo se habían aplicado las nuevas tarifas durante tres trimestres. Comparado con el precio medio de 1930, el de 1933 presenta un incremento del 11,726 por 100 respecto a aquél, o sea que la elevación efectiva del precio, conseguida mediante la elevación de tarifas en 1932, ha sido próximamente de los dos tercios del tipo medio de los recargos, perdiéndose el otro tercio en el empobrecimiento producido en el consumo.

Debe señalarse que en 1934 se elevó todavía más el precio medio, a diferencia de lo ocurrido en los años siguientes a las agravaciones generales de tarifas de 1900 y 1911.

Por la poca importancia que presenta frente al consumo total, no hacemos especial mención de las elevaciones introducidas en los derechos para la importación por los particulares ¹⁾.

¹⁾ Véanse la R. O. de 21 de marzo de 1900; R. O. de 28 de diciembre de 1901; R. D. de 23 de marzo de 1906; Ley de 28 de diciembre de 1908; R. D. de 22 de febrero de 1922; Tratado internacional con Cuba, de 15 de julio de 1927.

CAPITULO II

La función de la demanda de tabaco

RELACIÓN ENTRE CONSUMO Y PRECIO

Después de la ojeada general al desenvolvimiento del consumo y de los precios medios del tabaco, en la que hemos puesto de manifiesto las principales variaciones acusadas por dichos elementos, pasamos a investigar la relación funcional que liga entrambas magnitudes, en nuestro caso las cantidades consumidas y los precios del tabaco, es decir, lo que se llama ley de la demanda de la mercancía estudiada ¹⁾.

En nuestro caso, los datos que poseemos en cuanto a consumo y precios del tabaco se refieren a un período de treinta y cuatro años y, en consecuencia, la formación de una ley experimental partiendo de tales datos entraña el supuesto de que durante el lapso de tiempo a que aquéllos corresponden no han variado ni los demás factores económicos ni los gustos medios o preferencias de la población por el tabaco.

Ante las dificultades de admitir los indicados supuestos, vamos a aplicar los artificios más plausibles que permite el material utilizado, con objeto de eliminar las perturbaciones que la variabilidad de los demás factores haya introducido en la relación entre las cantidades consumidas y los precios del tabaco.

RELACIONES DE CONCATENACIÓN O CAMBIOS RELATIVOS ENTRE LOS DATOS BRUTOS

Uno de estos artificios es el empleado por primera vez por el Profesor MOORE ²⁾, seguido después por el Profesor SCHULTZ ³⁾ y otros investigadores. Consiste en calcular la regresión lineal, no entre los pares de las dos series de datos anuales (cantidades y precios), sino entre los de otras dos series derivadas, cuyos términos (llamados por

¹⁾ El estudio teórico de esta ley, desde un punto de vista general y en relación con la teoría del equilibrio económico, se expone en el *Apéndice A*.

²⁾ H. L. MOORE, *Economic Cycles*; Nueva York, 1914, págs. 69-70.

³⁾ H. SCHULTZ, «The statistical law of demand as illustrated by the demand for sugar», *The Journal of Political Economy*, octubre y diciembre 1925, volumen XXXIII, núms. 5 y 6, págs. 481 a 504 y 577 a 637.

aquellos autores *link relatives*, o sea «relaciones de concatenación») son la relación por cociente entre cada término y el inmediato anterior de la misma serie primitiva. El respectivo coeficiente de correlación mide en cierto modo la aproximación con que la función lineal expresa la correspondencia entre las dos series.

El ajuste de la recta de regresión suele efectuarse por el método de los mínimos cuadrados, cuya aplicación determina la recta que goza de la propiedad de hacer mínima la suma de los cuadrados de sus desviaciones respecto a los valores observados de una de las dos variables, bajo el supuesto de que los valores de la otra están desprovistos de error. En consecuencia, al tomar como independiente una u otra variable, resultan dos rectas de regresión distintas, salvo en el caso de la correlación perfecta, en el cual coinciden ambas líneas.

Bajo la consideración, más general, de que las dos variables están afectadas de error, el ajuste puede realizarse mediante los procedimientos propuestos por algunos autores ¹⁾, con tal de que sea conocida la relación que guardan entre sí los grados de precisión de los valores de las variables.

En nuestro caso, después de analizar la forma de obtención de los datos, puede suponerse que los errores del precio medio son despreciables en comparación con los que afectan a los valores de la cantidad consumida, y ello permite emplear el método de los mínimos cuadrados en su forma más sencilla, tomando como variable independiente el precio medio, por la razón apuntada, que desarrollamos a continuación.

Las cifras correspondientes a las cantidades contienen, respecto a las ventas efectivas, los errores procedentes de las variaciones de las existencias en las expendedorías al principio y al fin del período registrado, en las que ejerce influencia el día de la semana en que éste comienza y acaba, puesto que las «sacas» suelen efectuarse con periodicidad semanal. Por otra parte, al observar las cifras estadísticas mensuales, se aprecian en ocasiones irregularidades considerables, que no pueden ser reflejo del movimiento de las «sacas», sino que se deben, sin duda alguna, a retrasos en la contabilización. Además, en algunas de las cifras de ventas de tabaco están comprendidas las efectuadas en Ceuta y Melilla, a través de la Representación de la Arrendataria de

¹⁾ Véase la referencia bibliográfica que sobre este punto incluye SCHULTZ, *Statistical laws of Demand and Supply, with special application to sugar*; The University of Chicago Press, Chicago, 1928, págs. 66 a 70. Con posterioridad, C. PIETRA ha hecho aplicación del procedimiento a la parábola.

Málaga, cuya separación, por lo que respecta a ciertos años, no pudimos llevar a cabo, como hemos consignado en otro lugar. Según su propia naturaleza, todas estas causas de error afectan paralelamente a las cifras referentes a las cantidades de tabaco vendidas y a los correspondientes importes de la recaudación, y como los valores del precio medio han sido obtenidos precisamente por cociente entre las recaudaciones y las cantidades, es lógico suponer que la división ha eliminado, por lo menos en su mayor parte, los errores que actuaban en el mismo sentido sobre los datos de la operación. En esta consideración se funda el Profesor SCHULTZ al resolver del mismo modo una cuestión análoga ¹⁾.

Establecemos, pues, la regresión entre las relaciones de concatenación entre las cantidades de tabaco, que llamamos $\frac{Y_n}{Y_{n-1}}$ y las relaciones de concatenación $\frac{X_n}{X_{n-1}}$ entre los precios, partiendo de estas últimas. En el *cuadro V* figuran los elementos de aplicación del referido artificio. Las columnas (2) y (3), reproducción de las (4) y (3), respectivamente, del *cuadro III*, contienen los precios medios del tabaco y las cantidades totales consumidas. Las columnas (4) y (5), representadas gráficamente en la *figura 2*, reúnen las relaciones por cociente entre cada término y el anterior de las columnas (2) y (3). La recta ajustada es, por tanto, la que hace mínima la suma de los cuadrados de las diferencias entre ella y los valores $\frac{Y_n}{Y_{n-1}}$, y su ecuación es la siguiente :

$$\frac{Y_n}{Y_{n-1}} = 1,776\ 30 - 0,750\ 87 \frac{X_n}{X_{n-1}}$$

Esta función nos permite calcular el consumo probable de tabaco en un año, conocido el del año precedente y los precios en ambos.

¹⁾ H. SCHULTZ, «Interrelations of Demand, Price, and Income»; *The Journal of Political Economy*, vol. XLIII, agosto 1935, págs. 468-9.

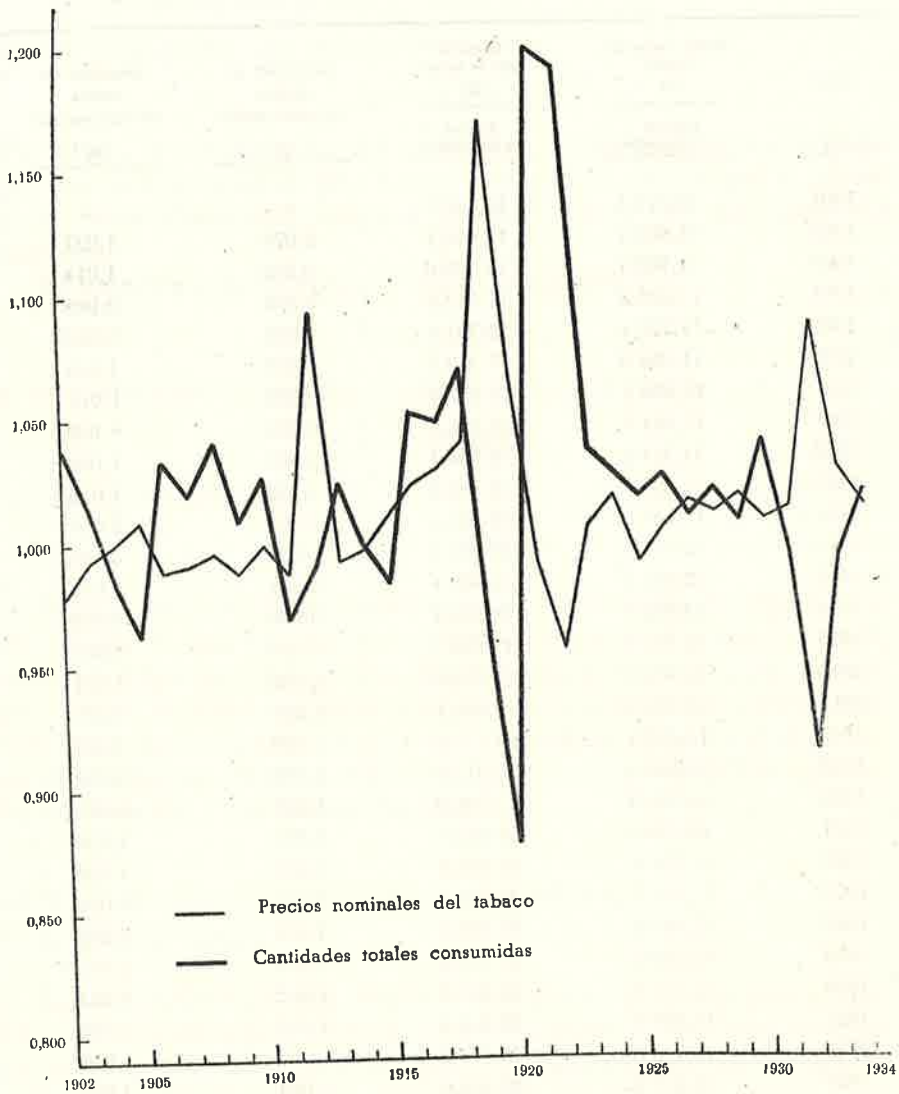


Fig. 2.—Relaciones de concatenación de los precios nominales del tabaco y de las cantidades totales consumidas.

Cuadro V

RELACIONES DE CADENA DE LOS DATOS BRUTOS

Años (1)	Precio medio del tabaco (2)	Consumo total de tabaco (3)	Relaciones de cadena del precio medio (4)	Relaciones de cadena del consumo total (5)
	Pesetas por kilogramo	Millares de kilogramos		
1901	12,074 4	16 837,7	—	—
1902	11,803 7	17 464,1	0,978	1,037
1903	11,709 7	17 702,6	0,992	1,014
1904	11,695 8	17 442,8	0,999	0,985
1905	11,793 4	16 797,8	1,008	0,963
1906	11,652 9	17 349,5	0,988	1,033
1907	11,536 6	17 671,6	0,990	1,019
1908	11,464 3	18 357,5	0,994	1,039
1909	11,314 9	18 504,1	0,987	1,008
1910	11,297 8	18 802,4	0,998	1,016
1911	11,154 5	18 207,5	0,987	0,968
1912	12,104 7	17 984,4	1,091	0,988
1913	12,052 0	18 360,4	0,991	1,021
1914	12,014 5	18 318,1	0,996	0,998
1915	12,131 8	17 996,7	1,010	0,982
1916	12,400 5	18 913,9	1,022	1,051
1917	12,741 7	19 802,1	1,028	1,047
1918	13,228 4	21 121,8	1,038	1,067
1919	15,420 1	20 312,4	1,166	0,962
1920	16,250 9	17 786,8	1,054	0,876
1921	16,039 9	21 275,3	0,987	1,196
1922	15,294 8	25 266,6	0,954	1,188
1923	15,334 8	26 136,5	1,003	1,034
1924	15,563 5	26 779,1	1,015	1,025
1925	15,389 7	27 179,4	0,989	1,015
1926	15,418 8	27 813,2	1,002	1,023
1927	15,599 3	28 016,4	1,012	1,007
1928	15,703 0	28 478,0	1,007	1,016
1929	15,917 0	28 588,6	1,014	1,004
1930	15,980 7	29 576,3	1,004	1,035
1931	16,106 2	29 242,4	1,008	0,989
1932	17,427 1	26 649,8	1,082	0,911
1933	17,854 6	26 339,1	1,025	0,988
1934	18,033 2	26 661,4	1,010	1,012

El coeficiente de regresión

$$b = - 0,75087$$

es tres veces mayor que su error «standard»

$$\sigma_b = \pm 0,2433.$$

Por tanto, la significación del coeficiente de regresión viene avalada por una probabilidad de 60 a 1, aun teniendo en cuenta que el número de casos observados obliga a aplicar la teoría de las pequeñas muestras.

El coeficiente de correlación entre ambas series es

$$r = - 0,4897$$

y, ajustado según el número de observaciones ¹⁾, resulta

$$\bar{r} = - 0,4639$$

con un error «standard»

$$\sigma_r = \pm 0,1590.$$

Según vemos, el signo negativo de los coeficientes de regresión y de correlación indica el sentido contrario en que se mueven las cantidades consumidas y los precios, según podía presumirse. Sin embargo, el valor absoluto, bastante reducido, del coeficiente de correlación nos revela que la función lineal recoge menos del 22 por 100 de la dependencia mutua entre las relaciones de concatenación de las cantidades consumidas y los precios del tabaco.

CAMBIOS RELATIVOS DEL CONSUMO POR HABITANTE Y DEL PRECIO «REAL»

La insuficiencia de este resultado nos mueve a aplicar otro procedimiento, encaminado a eliminar la intervención de las circunstancias que velan la relación entre consumos y precios. Con ese fin, en vez de operar sobre los datos brutos del consumo, que se refieren a las cantidades totales consumidas en el territorio considerado, tratamos de separar el efecto debido al crecimiento de la población, y para ello tomamos las cifras de consumo medio por habitante. En cuanto a los

¹⁾ M. EZEQUIEL, *Methods of correlation analysis*, Wiley & Sons, Nueva York, 1930. Fórmula (25).

precios, que están expresados en pesetas por kilogramo, interviene como causa perturbadora la diferencia experimentada por el poder adquisitivo del dinero durante el período que estudiamos.

Como los precios en los que se desea eliminar dicha causa de perturbación son los satisfechos por los consumidores en sus adquisiciones de tabaco, estimamos que para calcular los precios «reales» de éste deben utilizarse índices de precios al por menor. En apoyo de ello podemos citar la autoridad del Profesor SCHULTZ, el cual, si bien en su investigación sobre la curva de demanda del azúcar, publicada en 1925 ¹⁾, empleó el índice de precios al por mayor del *Bureau of Labor Statistics*, en cambio, en su estudio sobre la demanda de la carne de buey, de cerdo y de carnero, aparecido diez años más tarde ²⁾, ha utilizado un índice de coste de la vida.

No existiendo en España un índice general de precios al por menor, hemos formado, según se recoge en el *Apéndice D*, con los elementos disponibles, un índice de precios al por menor de artículos de primera necesidad, que abarca todos los años a que se extiende nuestra investigación. Como quiera que dicho índice está basado en los precios de un número muy reducido de artículos, lo sometemos a una transformación que lo haga representativo, claro es que inversamente, del poder de compra del dinero en manos del consumidor.

En la columna (2) del *cuadro VI* hemos incluido los precios medios «reales» del tabaco, obtenidos por división de los términos de la columna (4) del *cuadro III* por los respectivos del índice de artículos de primera necesidad, calculado en el *Apéndice D* (columna (5) del *cuadro D, I*). La columna (3) del *cuadro VI*, reproducción de la (2) del *cuadro IV*, expresa las cantidades de tabaco consumidas por habitante. Las columnas (4) y (5) del *cuadro VI* recogen las relaciones de concatenación entre los términos de las columnas (2) y (3), respectivamente, del mismo *cuadro*.

La misma significación tienen las columnas del *cuadro VII*, con la única diferencia de que los índices utilizados para la obtención de los precios «reales» son los de oscilación atenuada calculados en el *Apéndice D* (columna (7) del *cuadro D, I*).

¹⁾ «The Statistical law of demand as illustrated by the demand for sugar», *loc. cit.*

²⁾ «Interrelations of Demand, Price and Income», *loc. cit.*

Cuadro VI

RELACIONES DE CADENA DE LOS PRECIOS «REALES» Y DEL CONSUMO POR HABITANTE

(Con arreglo al índice de precios de los artículos de primera necesidad.)

Años	Precio «real» del tabaco (2)	Consumo por habitante (3)	Relaciones de cadena del precio «real» (4)	Relaciones de cadena del consumo por habitante (5)
(1)	«Pesetas de 1913» por kilogramo	Kilogramos		
1901	12,498 4	0,919 9	—	—
1902	12,502 3	0,947 2	1,000	1,030
1903	12,021 8	0,953 4	0,962	1,007
1904	11,790 3	0,933 0	0,981	0,979
1905	11,892 2	0,892 6	1,003	0,957
1906	12,012 7	0,915 9	1,016	1,026
1907	11,411 8	0,927 0	0,950	1,012
1908	11,662 5	0,957 0	1,022	1,032
1909	11,664 3	0,958 6	1,000	1,002
1910	11,611 3	0,968 0	0,995	1,010
1911	11,338 2	0,941 6	0,976	0,962
1912	12,353 4	0,914 5	1,090	0,982
1913	12,059 0	0,927 8	0,976	1,015
1914	11,533 2	0,919 8	0,956	0,991
1915	10,886 6	0,897 8	0,944	0,976
1916	10,403 6	0,937 3	0,956	1,044
1917	9,145 5	0,974 7	0,879	1,040
1918	7,860 6	1,032 3	0,860	1,059
1919	8,231 4	0,958 6	1,047	0,955
1920	8,019 2	0,856 6	0,974	0,869
1921	8,731 5	1,016 6	1,089	1,187
1922	8,788 6	1,197 5	1,007	1,178
1923	8,950 5	1,228 2	1,019	1,026
1924	8,279 7	1,247 3	0,925	1,016
1925	8,054 7	1,254 4	0,973	1,006
1926	8,232 8	1,271 0	1,022	1,013
1927	8,496 2	1,267 3	1,032	0,997
1928	9,197 0	1,274 4	1,082	1,006
1929	9,376 3	1,265 0	1,019	0,993
1930	9,190 5	1,293 3	0,980	1,022
1931	6,903 2	1,263 1	0,969	0,977
1932	9,747 1	1,136 9	1,095	0,900
1933	10,297 2	1,109 7	1,056	0,977
1934	10,269 5	1,109 4	0,997	1,000

Cuadro VII

RELACIONES DE CADENA DE LOS PRECIOS «REALES» Y DEL CONSUMO POR HABITANTE

(Con arreglo al índice de precios de oscilación atenuada por 0,675 88.)

Años	Precio «real» del tabaco (2)	Consumo por habitante (3)	Relaciones de cadena del precio «real»	Relaciones de cadena del consumo por habitante
(1)	«Pesetas de 1913» por kilogramo	Kilogramos	(4)	(5)
1901	12,357 7	0,919 9	—	—
1902	12,269 6	0,947 2	0,993	1,030
1903	11,904 8	0,953 4	0,970	1,007
1904	11,759 4	0,933 0	0,988	0,979
1905	11,817 6	0,892 6	1,005	0,957
1906	11,893 6	0,915 9	1,006	1,026
1907	11,451 9	0,927 0	0,963	1,012
1908	11,597 4	0,957 0	1,013	1,032
1909	11,548 7	0,958 6	0,996	1,002
1910	11,507 8	0,968 0	0,996	1,010
1911	11,278 0	0,941 6	0,980	0,962
1912	12,271 7	0,914 5	1,088	0,982
1913	12,059 0	0,297 8	0,983	1,015
1914	11,685 0	0,919 8	0,969	0,991
1915	11,261 2	0,897 8	0,964	0,976
1916	10,976 5	0,937 3	0,975	1,044
1917	10,066 4	0,974 7	0,917	1,040
1918	9,051 0	1,032 3	0,899	1,059
1919	9,696 5	0,958 6	1,071	0,955
1920	9,594 4	0,856 6	0,989	0,869
1921	10,244 4	1,016 6	1,068	1,187
1922	10,194 2	1,197 5	0,995	1,178
1923	10,346 6	1,228 2	1,015	1,026
1924	9,760 2	1,247 3	0,943	1,016
1925	9,526 3	1,254 4	0,976	1,006
1926	9,697 7	1,271 0	1,018	1,013
1927	9,967 2	1,267 3	1,028	0,997
1928	10,623 6	1,274 4	1,066	1,006
1929	10,817 0	1,265 0	1,018	0,993
1930	10,658 3	1,293 3	0,985	1,022
1931	10,412 5	1,263 1	0,977	0,977
1932	11,371 4	1,136 9	1,092	0,900
1933	11,934 6	1,109 7	1,050	0,977
1934	11,934 9	1,109 4	1,000	1,000

La correlación lineal entre las series de las columnas (4) y (5) del *cuadro VI* se mide por el coeficiente

$$r = -0,033,$$

cuya falta de significación queda patente al efectuar la transformación para determinar el índice ajustado,

$$\bar{r} = 0.$$

Lo mismo ocurre con la correlación entre las series de las columnas (4) y (5) del *cuadro VII*, que conducen a los coeficientes

$$r = -0,131; \quad \bar{r} = 0.$$

Los precedentes resultados ponen de manifiesto que en las relaciones de concatenación de los precios y las cantidades consumidas de tabaco, la correlación entre las series no aumenta, sino que disminuye, al pasar de los datos brutos, referidos a precios nominales y consumo total, a datos ajustados, es decir, precios «reales» y consumo por habitante, y ello obliga a pensar que la débil correlación encontrada entre las relaciones de cadena de los datos brutos es debida precisamente a la influencia ejercida en los elementos considerados por algunos factores ajenos a ellos, como el crecimiento de la población y la variación de la fuerza de compra del dinero. Ello nos obliga a aplicar otro procedimiento para la formación de la ley de la demanda de tabaco ¹⁾.

LA CORRELACIÓN MÚLTIPLE

El Profesor SCHULTZ, que tantas veces citamos como maestro en

¹⁾ MOORE y SCHULTZ han utilizado el de medir la correlación entre las desviaciones que el consumo y los precios presentan respecto a las funciones que describen su tendencia general. Esto es tanto como suponer que las circunstancias no consideradas en el estudio se manifiestan en la tendencia general seguida por las cantidades consumidas y los precios; en consecuencia, para calcular la dependencia mutua entre unas y otros, con eliminación de los factores perturbadores, hay que medir la correlación que existe, no entre consumo y precios, sino entre sus desviaciones de la respectiva línea de tendencia, calculadas dichas separaciones ya sea por diferencia o bien por cociente.

Queda como elemento arbitrario la elección de las líneas de tendencia, pues se obtienen resultados muy diferentes, según cuáles sean las líneas adoptadas. En nuestra modesta opinión, este procedimiento debe ser aplicado tan sólo cuando en los datos se acusa con gran claridad una tendencia de forma muy sencilla.

Como en el caso que estudiamos no se presenta la circunstancia señalada, no aplicamos tal procedimiento, el cual, por otra parte, tampoco ha sido utilizado por el profesor SCHULTZ en su citada investigación publicada en 1935.

esta dirección, ya declaraba ¹⁾ en el trabajo que publicó en 1925 que el método de correlación múltiple está especialmente indicado para obtener leyes estadísticas de la demanda y, en efecto, lo ha utilizado en la investigación publicada diez años más tarde.

En la aplicación de este procedimiento por nuestra parte, consideramos no sólo las dos variables que hasta ahora hemos tenido en cuenta, o sea el consumo y los precios del tabaco, tomándolas, desde luego, en su forma ajustada de consumo por habitante y precio «real», sino que introducimos además una nueva variable, que expresa el movimiento de la renta media «real» percibida por habitante. Para hacerlo así nos fundamos en que el importe del tabaco consumido es muy sensible a las variaciones de la renta individual, como demuestra la observación de la realidad española que pasamos a describir.

CORRELACIÓN ENTRE EL IMPORTE DEL CONSUMO DE TABACO Y LA DISTRIBUCIÓN DE LA POBLACIÓN EN DOS CLASES, AGRÍCOLA Y NO AGRÍCOLA

Si consideramos clasificados los varones adultos de España en dos grandes grupos, uno de los cuales comprende la población agrícola, y el otro el resto de aquéllos, podemos medir la correlación múltiple (parcial, plural) entre el importe de las ventas de tabaco y el número de habitantes de las dos clases a que acabamos de referirnos, para lo cual disponemos como observaciones de las cifras correspondientes a cada provincia.

Del Censo de población de 1920, que en su tomo V contiene la clasificación de los habitantes de España según sus profesiones, tomamos para cada provincia (excepto Canarias) la cifra absoluta de varones adultos dedicados a la agricultura, y, por otro lado, la de los que ejercen cualquiera otra profesión. En la calificación de adultos comprendemos los grupos segundo, tercero y cuarto de la clasificación del censo por edades, es decir, que consideramos como adulta la totalidad de la población menos la incluida en el grupo primero, en el que se cuentan las personas menores de veintiún años. Aunque para nuestro propósito hubiera sido más apropiado un límite más bajo en la edad de exclusión, hemos tenido que sujetarnos a los grupos establecidos en la clasificación del censo.

¹⁾ H. SCHULTZ, «The statistical law of demand as illustrated by the demand for sugar», *loc. cit.*, págs. 499 a 502.

En cuanto a las profesiones, entre los 80 grupos distinguidos en la clasificación del censo hemos computado como población agrícola los señalados con los números 1 (patronos agrícolas), 5 (industrias forestales y agrícolas, no patronos) y 27 (comercio forestal y agrícola, no patronos). Tomamos como población no agrícola a todos los demás grupos, excepto el 80, cuya designación, «Profesión desconocida (no consta) o sin especificar», justifica que no lo incluyamos en ninguna de las dos clases.

Respecto al importe del tabaco consumido, hemos formado la media anual de 1919, 1920, 1921 y 1922, para referirnos a un período que comprenda en su punto medio el momento de cierre del censo. Los datos han sido tomados de los estados de recaudación por ventas de labores y envases usados clasificados por provincias. Por tratarse de una época de escasez de labores, las cifras de ventas presentan notorias irregularidades, que hemos procurado atenuar mediante el cómputo de la media de cuatro años. Hubiera sido preferible efectuar la observación en un período en que el consumo se hallase libre de esta anomalía, pero no se dispuso de elementos para llevarla a cabo, pues el censo de 1930 no había sido publicado todavía sino incompletamente ¹⁾, y los anteriores al de 1920, aparte de referirse a época que despierta menor interés, por su mayor alejamiento de nuestros días, contienen clasificaciones que no permiten formar la bipartita que juzgamos más apropiada para este propósito.

Con los datos indicados ha sido calculada la regresión lineal múltiple, según la fórmula

$$x_1 = a + b_{12,3}x_2 + b_{13,2}x_3,$$

en la que x_1 expresa el importe de las ventas de tabaco, x_2 la población masculina adulta agrícola y x_3 la población masculina adulta no agrícola. Si x_1 indica millares de pesetas y x_2 y x_3 los números de habitantes, el valor de los coeficientes es

$$\begin{aligned} a &= -1,8146 \\ b_{12,3} &= 0,036301 \\ b_{13,2} &= 0,130517 \end{aligned}$$

y el de sus errores «standard»

$$\begin{aligned} \sigma_{b_{12,3}} &= \pm 0,00758 \\ \sigma_{b_{13,2}} &= \pm 0,00410. \end{aligned}$$

¹⁾ En la fecha en que se elaboró esta parte del trabajo.

El coeficiente de correlación múltiple, ajustado al número de observaciones, tiene por valor

$$\bar{R}_{1,23} = 0,97970$$

con su error «standard»

$$\sigma_{\bar{R}} = \pm 0,00608.$$

Estas cifras ponen de relieve el alto grado y la significación elevada de la correlación entre el importe del tabaco consumido en España por provincias y el número de sus habitantes, agrupados los agrícolas, por una parte, y los no agrícolas, por otra. Ciertamente que la correlación entre las cifras de la población absoluta puede haber resultado exagerada por la influencia de las provincias que cuentan con mayor número de habitantes; pero, a pesar de este inconveniente, hemos procedido así para evitar la correlación espúrea que hubieran originado las cifras de población relativa.

El valor tan elevado del coeficiente de correlación múltiple y la comparación de los coeficientes de regresión parcial con sus errores «standard», demuestran que el concepto representado por dichos coeficientes, o sea el importe del consumo anual medio por varón adulto agrícola y no agrícola, respectivamente, encuentra en la realidad, según los datos referentes a las provincias, una correspondencia bien marcada.

Lo que más nos importa subrayar es la gran diferencia entre los dos coeficientes de regresión parcial del importe de las ventas de tabaco, según se considere respecto al número de habitantes de una u otra de dichas clases, sin variación de la no tenida en cuenta. El coeficiente de regresión entre el importe del tabaco consumido y el número de varones adultos agrícolas indica que la distribución más probable del consumo de tabaco por provincias asigna a cada habitante de dicha clase, por término medio, un consumo anual de tabaco de 36,301 pesetas. Análogamente, para el número de varones adultos no agrícolas resulta un consumo medio anual por valor de 130,517 pesetas por habitante ¹⁾. El importe en pesetas del consumo medio individual es, pues, para la población no agrícola, cerca de cuatro veces mayor que para la agrícola, lo que interpretamos como efecto de la

¹⁾ Nótese que las cifras tomadas para la población en este punto concreto de nuestro estudio corresponden a los varones adultos y, por tanto, a la población adulta y masculina se refieren estos consumos medios de tabaco.

distinta cuantía de la renta que, por término medio, perciben los habitantes de una y otra clase. Por ello estimamos que una investigación sobre el consumo de tabaco que prescindiera de la consideración de la renta individual no podrá conducir a resultados satisfactorios.

En el *cuadro VIII* incluimos los elementos referentes a la regresión lineal múltiple, con la comparación entre el importe calculado para el consumo de tabaco por provincia y el respectivo valor observado. Por la columna (6), que indica las diferencias relativas entre la observación y el cálculo, aparte de la irregularidad, producida por el considerable alejamiento de la población de alguna provincia, como Alava, respecto a la media de la serie, podemos notar que el mayor déficit del consumo observado respecto al calculado o «teórico» se acusa en Cádiz y Baleares, precisamente donde, según opinión general, se señala un mayor consumo de tabaco no registrado en las estadísticas del Monopolio.

Cuadro VIII

CORRELACION ENTRE EL IMPORTE DEL TABACO CONSUMIDO Y LA DISTRIBUCION DE LA POBLACION EN CLASES AGRICOLA Y NO AGRICOLA

Provincias (1)	Población masculina, adulta		Importe del tabaco consumido		Exceso del importe observado sobre el calculado (6)
	Agrícola (2)	No agrícola (3)	Calculado (4)	Observado (5)	
	Habitantes	Habitantes	Millares de pesetas	Millares de pesetas	Por ciento
Alava	13 585	12 743	341,7	1 277,3	+ 274,0
Albacete	59 471	19 738	2 920,4	3 620,1	+ 23,9
Alicante	75 426	59 719	8 717,7	7 851,6	- 9,9
Almería	39 710	31 406	3 725,9	3 455,2	- 7,3
Avila	41 445	11 821	1 232,7	1 547,3	+ 25,5
Badajoz	125 669	52 654	9 619,5	8 189,8	- 14,9
Baleares	20 878	51 572	5 674,3	3 527,0	- 37,9
Barcelona ...	70 580	335 493	44 535,0	41 436,4	- 6,9
Burgos	62 923	25 743	3 829,5	2 878,0	- 24,8
Cáceres	84 694	22 123	4 147,3	3 847,2	- 7,2
Cádiz	46 438	91 037	11 753,0	5 108,8	- 56,5
Castellón	66 417	22 808	3 573,2	3 473,3	- 2,9
Ciudad Real..	68 920	40 789	6 011,0	5 383,8	- 10,4
Córdoba	93 350	59 747	9 372,1	8 982,9	- 4,1
Coruña	93 942	54 253	8 676,5	8 714,8	+ 0,4
Cuenca	60 044	13 309	2 102,2	2 082,8	- 0,9
Gerona	51 976	43 066	5 693,0	5 971,2	+ 4,9
Granada	100 540	44 336	7 621,7	7 232,3	- 5,1
Guadalajara..	44 351	11 213	1 258,9	1 460,2	+ 16,0
Guipúzcoa ..	21 321	44 091	4 714,0	6 152,4	+ 30,5
Huelva	45 521	43 781	5 552,1	6 456,4	+ 16,3
Huesca	50 432	25 042	3 284,5	2 564,5	- 21,9
Jaén	105 601	33 544	6 396,9	7 661,0	+ 19,8
León	70 560	31 631	4 875,2	3 778,6	- 22,5
Lérida	70 039	23 469	3 791,0	4 034,1	+ 6,4
Logroño	32 742	18 153	1 743,3	2 548,6	+ 46,1
Lugo	95 824	14 313	3 532,0	3 008,1	- 14,8
Madrid	44 091	237 945	30 841,8	35 669,4	+ 15,6
Málaga	88 528	58 091	8 981,0	9 996,1	+ 11,3
Murcia	101 062	63 499	10 141,8	9 359,4	- 7,7
Navarra	40 712	46 173	5 689,7	3 593,4	- 36,8
Orense	80 762	12 519	2 751,0	3 234,2	+ 17,5
Oviedo	106 706	66 825	10 780,7	11 538,1	+ 7,0
Palencia	32 459	20 156	1 994,4	2 742,4	+ 37,5
Pontevedra ..	70 989	37 825	5 699,2	4 152,9	- 27,1
Salamanca ..	56 118	25 274	3 521,2	3 351,1	- 4,8
Santander ...	30 994	42 098	4 805,0	5 857,5	+ 21,9
Segovia	29 790	13 854	1 075,0	1 380,1	+ 28,4
Sevilla	106 204	91 837	14 027,0	18 884,0	+ 34,6
Soria	28 941	9 769	0 511,0	970,9	+ 89,9
Tarragona ..	76 057	33 807	5 358,7	5 283,1	- 1,4
Teruel	55 300	14 622	2 101,2	1 716,2	- 18,3
Toledo	86 304	28 577	5 048,1	5 974,4	+ 18,4
Valencia	153 231	113 216	18 524,4	17 877,8	- 3,5
Valladolid ...	38 476	34 820	4 126,7	4 483,1	+ 8,6
Vizcaya	19 361	81 411	9 514,4	9 955,2	+ 4,6
Zamora	50 514	14 444	1 904,3	2 242,1	+ 17,7
Zaragoza ...	83 978	52 933	8 142,6	9 732,4	+ 19,5

LA «SUPERFICIE DEL CONSUMO» DEL TABACO

Los índices de la renta que hemos elaborado ¹⁾ y los de los precios al por menor permiten establecer la regresión múltiple lineal entre el consumo anual de tabaco por habitante, el precio medio «real» de dicho artículo y el índice de la renta «real» individual. Según anteriormente hemos justificado, consideramos el consumo como función y el precio como una de las variables independientes. Para efectuar los cálculos se han tomado los datos correspondientes a los años 1904 a 1918 y 1922 a 1934, o sea veintiocho años. Si designamos por x_1 las cantidades de tabaco consumidas anualmente por habitante (kilogramos), x_2 el precio medio «real» del tabaco («pesetas de 1913» por kilogramo) y x_3 el índice de renta «real» por habitante, en la función de regresión

$$x_1 = a + b_{12.3} x_2 + b_{13.2} x_3$$

los coeficientes tienen los respectivos valores

$$\begin{aligned} a &= 1,598131 \\ b_{12.3} &= -0,0896424 \\ b_{13.2} &= 0,4129454, \end{aligned}$$

cuya significación indudable se pone de relieve al compararlos con sus errores «standard»

$$\begin{aligned} \sigma_{b_{12.3}} &= \pm 0,00682 \\ \sigma_{b_{13.2}} &= \pm 0,02179. \end{aligned}$$

El coeficiente de correlación múltiple, ajustado al número de observaciones, tiene el valor

$$\bar{R}_{1.23} = 0,97922,$$

que excede veinticuatro veces al de su error «standard»

$$\sigma_{\bar{R}} = \pm 0,04050$$

y está, por tanto, fuera de toda duda.

En el *cuadro IX* se exponen los elementos de esta correlación. Los mismos coeficientes, en cuya obtención hemos prescindido de los años 1901 a 1903 y 1919 a 1921 por considerarlos anormales, han sido apli-

¹⁾ Véase el *Apéndice E*.

cados a dichos años y los valores correspondientes, que figuran también en el *cuadro*, señalados con un asterisco, confirman la anomalía de los mismos, pues en ellos las diferencias entre las cifras observadas y las calculadas son precisamente las mayores de toda la serie.

Cuadro IX

CORRELACION ENTRE EL CONSUMO DE TABACO, SU PRECIO «REAL» Y LA RENTA «REAL» POR HABITANTE (Observaciones de 28 años.)

Años (1)	Precio medio (2)	Índice de renta «real» por habitante (3)	Consumo anual		Exceso del consumo observado sobre el calculado (6) Por ciento
	«Pesetas de 1913» por kilogramo		Calculado (4) Kilogramos por habitante	Observado (5) Kilogramos por habitante	
1901	12,357 7	0,835 4	0,837 55 *	0,919 89	+ 9,83 *
1902	12,266 9	0,848 2	0,850 96 *	0,947 22	+ 11,31 *
1903	11,904 8	0,864 4	0,890 05 *	0,953 41	+ 7,12 *
1904	11,759 4	0,857 7	0,900 29	0,933 03	+ 3,64
1905	11,817 6	0,850 1	0,891 94	0,892 58	+ 0,07
1906	11,893 6	0,887 8	0,900 71	0,915 88	+ 1,68
1907	11,451 9	0,882 0	0,937 84	0,927 01	— 1,15
1908	11,957 4	0,893 7	0,929 65	0,956 96	+ 2,94
1909	11,548 7	0,890 4	0,932 65	0,958 61	+ 2,71
1910	11,507 8	0,908 0	0,943 56	0,968 05	+ 2,60
1911	11,278 0	0,905 0	0,962 89	0,931 62	— 3,25
1912	12,271 7	0,924 1	0,881 87	0,914 51	+ 3,70
1913	12,059 0	1,000 0	0,932 25	0,927 78	+ 0,48
1914	11,685 0	0,911 0	0,928 95	0,919 77	+ 0,99
1915	11,261 2	0,835 9	0,935 86	0,897 79	— 4,07
1916	10,976 5	0,844 3	0,964 80	0,937 30	— 2,85
1917	10,066 4	0,770 4	1,015 70	0,974 66	— 4,04
1918	9,051 0	0,724 1	1,087 42	1,032 34	— 5,07
1919	9,696 5	0,787 9	1,056 02 *	0,985 58	— 6,67 *
1920	9,594 4	0,846 6	1,089 39 *	0,856 58	— 21,37 *
1921	10,244 4	1,046 4	1,113 75 *	1,016 59	— 8,72 *
1922	10,194 2	1,118 2	1,147 89	1,197 51	+ 4,32
1923	10,346 6	1,199 5	1,167 83	1,228 25	+ 5,17
1924	9,760 2	1,172 5	1,209 14	1,247 31	+ 3,16
1925	9,526 3	1,215 5	1,247 82	1,254 23	+ 0,51
1926	9,697 7	1,278 8	1,258 62	1,271 02	+ 0,99
1927	9,967 2	1,356 4	1,266 56	1,267 29	+ 0,06
1928	10,623 6	1,524 3	1,277 17	1,274 42	— 0,22
1929	10,817 0	1,568 8	1,278 25	1,265 03	— 1,03
1930	10,658 3	1,548 2	1,283 93	1,293 35	+ 0,73
1931	10,412 5	1,432 0	1,257 94	1,263 06	+ 0,41
1932	11,371 4	1,445 9	1,177 90	1,136 87	— 3,48
1933	11,934 6	1,501 9	1,150 63	1,109 74	— 3,55
1934	11,934 9	1,471 6	1,138 20	1,109 45	— 2,53

Con objeto de efectuar la comparación entre observaciones menos distanciadas en el tiempo, hemos realizado también los cálculos de la regresión entre las mismas variables y en idéntica forma, pero utilizando únicamente los valores de los años 1922 a 1934, ambos inclusive, que comprenden un período dentro del cual es más aceptable la hipótesis de invariabilidad, tanto de las circunstancias que rodean a los valores observados como de los gustos medios de los individuos por el tabaco. Los valores de los coeficientes son :

$$a = 1,903856$$

$$b_{12,3} = -0,1059216$$

$$b_{13,2} = 0,3198871$$

con errores «standard»

$$\sigma_{b_{12,3}} = \pm 0,00909$$

$$\sigma_{b_{13,2}} = \pm 0,04580,$$

que demuestran la plena significación de aquéllos.

El coeficiente de correlación múltiple ajustado es

$$\bar{R}_{1,23} = 0,95829,$$

con error «standard»

$$\sigma_{\bar{R}} = \pm 0,09036$$

menor que la décima parte de aquél.

El *cuadro X* contiene los elementos de esta correlación e incluye la comparación entre los valores observados del consumo de tabaco y los calculados por la función de regresión.

La regresión lineal con dos variables independientes (precio «real» del tabaco y renta «real» individual) permite, pues, describir las variaciones del consumo de tabaco por habitante en una proporción del 96 por 100 de las mismas, si se tienen en cuenta las observaciones de veintiocho años, y del 92 por 100 si se consideran las de trece años (1922 a 1934). Debe subrayarse, además, la semejanza que guardan los coeficientes de regresión entre los datos de veintiocho años con los correspondientes a la regresión entre las cifras de los trece últimos.

Cuadro X

CORRELACION ENTRE EL CONSUMO DE TABACO, SU PRECIO
«REAL» Y LA RENTA «REAL» POR HABITANTE

(Observaciones de 13 años.)

Años (1)	Precio medio (2)	Índice de renta «real» par habitante (3)	Consumo anual		Exceso del con- sumo observado sobre el calculado (6) Por ciento
	«Pesetas de 1913» por kilogramo		Calculado (4) Kilogramos por habitante	Observado (5) Kilogramos por habitante	
1922	10,194 2	1,118 2	1,181 77	1,197 51	+ 1,33
1923	10,346 6	1,199 5	1,191 63	1,228 25	+ 3,07
1924	9,760 2	1,172 5	1,245 11	1,247 31	+ 0,18
1925	9,526 3	1,215 5	1,283 64	1,254 23	- 2,29
1926	9,697 7	1,278 8	1,285 73	1,271 02	- 1,14
1927	9,967 2	1,356 4	1,282 01	1,267 29	- 1,15
1928	10,623 6	1,524 3	1,266 19	1,274 42	+ 0,65
1929	10,817 0	1,568 8	1,259 95	1,265 03	+ 0,40
1930	10,658 3	1,548 2	1,270 17	1,293 35	+ 1,82
1931	10,412 5	1,432 0	1,259 03	1,263 06	+ 0,32
1932	11,371 4	1,445 9	1,161 90	1,136 87	- 2,15
1933	11,934 6	1,501 9	1,120 17	1,109 74	- 0,93
1934	11,934 9	1,471 6	1,110 45	1,109 45	- 0,09

Con el propósito de utilizar el material disponible hasta donde permitan nuestros medios, hemos aplicado una regresión más compleja, que incluye, además de los anteriores, un término con el precio elevado al cuadrado.

Sin embargo, los coeficientes de regresión respecto al precio, ya sea en primera o en segunda potencia, resultan enteramente desprovistos de significación, por ser menores que sus respectivos errores «standard», tanto en los valores obtenidos con las observaciones de veintiocho años como en los de trece años ¹⁾.

¹⁾ Si los subíndices 1, 2, 3 y 4 caracterizan las variables que representan el consumo de tabaco, precio del tabaco, renta y precio del tabaco en segunda potencia, los coeficientes de regresión parcial y sus respectivos errores «standard» tienen los siguientes valores:

Para 1904-1918 y 1922-1934 (28 observaciones):

$$b_{12 \cdot 34} = 0,016\ 314\ 8$$

$$\sigma_{b_{12 \cdot 34}} = \pm 0,189\ 48$$

$$b_{13 \cdot 24} = 0,409\ 182\ 6$$

$$\sigma_{b_{13 \cdot 24}} = \pm 0,023\ 10$$

$$b_{14 \cdot 23} = -0,004\ 916\ 6$$

$$\sigma_{b_{14 \cdot 23}} = \pm 0,008\ 80$$

A consecuencia de este resultado, que aconseja no intentar la aplicación de otras formas menos sencillas, nos limitamos a la lineal para expresar la relación que liga el consumo de tabaco por habitante, el precio «real» del mismo y la renta «real» individual, cuya aproximación es, como hemos visto, muy satisfactoria. La «superficie del consumo», designación con que se conoce la función entre las tres variables citadas, queda así convertida, como caso de mayor sencillez, en el «plano del consumo».

LA CURVA DE LA DEMANDA DE TABACO

Para la finalidad de nuestro estudio interesa obtener, como anteriormente hemos consignado, la función de la demanda, que relaciona las cantidades consumidas y sus respectivos precios, sin variación de la renta. Por consiguiente, esta función no es otra sino el caso particular que resulta de suponer constante la renta en la regresión que acabamos de determinar. En términos de representación geométrica, para cada valor fijo de la renta corresponde un plano paralelo al del consumo y del precio, cuya intersección con la superficie del consumo origina una curva de la demanda. En nuestro caso, como dicha superficie tiene forma plana, a cada nivel de la renta corresponde una recta como representación de la función de la demanda.

Si en la función de regresión entre el consumo de tabaco por habitante, el precio «real» del tabaco y la renta «real» individual, asignamos a esta última variable el valor que le corresponde en cada año, obtenemos, pues, la función de la demanda para el año respectivo, referida al consumo de tabaco por habitante y su precio real. En consecuencia, las curvas de demanda para los distintos años, expresadas en tal forma, son rectas que tienen igual inclinación, puesto que el coeficiente del precio es el de regresión parcial entre el consumo y dicha variable, o sea el mismo para todos los años. Por tanto, la introduc-

Para 1922-1934 (13 observaciones):

$$\begin{array}{ll} b_{12 \cdot 34} = -0,139\ 729\ 8 & \sigma_{b_{12 \cdot 34}} = \pm 0,329\ 68 \\ b_{13 \cdot 24} = 0,325\ 452\ 5 & \sigma_{b_{13 \cdot 24}} = \pm 0,060\ 93 \\ b_{14 \cdot 23} = 0,001\ 534\ 4 & \sigma_{b_{14 \cdot 23}} = \pm 0,014\ 96 \end{array}$$

Obsérvese cómo, mientras los coeficientes de regresión entre consumo y renta tienen plena significación y valores muy semejantes a los anteriormente obtenidos, no ocurre lo mismo con los coeficientes de regresión entre consumo y precios en primera y segunda potencia, que carecen de significación y poseen signos contrarios entre sí.

ción de la renta en la función de regresión produce un desplazamiento de la curva de la demanda en cada uno de los años, en la dirección del eje del consumo.

LAS CURVAS DE LA DEMANDA TOTAL DE TABACO EN CADA AÑO

Obtenida la función de la demanda de tabaco para cada año, como relación entre el consumo por habitante y el precio «real», puede efectuarse la transformación que restituya a las variables su representación primitiva, que tiene más directa correspondencia con la realidad. La consideración del consumo en cuanto a la cantidad media por habitante, y la del precio, referido al índice de precios al por menor, han hecho posible la comparación entre consumo y precios de distintos años, al eliminar la influencia perturbadora del movimiento de la población y de la variación de la capacidad adquisitiva del dinero. Pero encontrada ya una relación entre tales variables, correspondiente a cada año, puede volver a dárseles su representación primitiva, de modo que el consumo de tabaco se refiera a la cantidad consumida anualmente en el territorio peninsular y Baleares, y el precio medio esté expresado en pesetas por kilogramo.

La función de la demanda de que nos hemos ocupado, concebida en principio como estática, no perdió tal carácter al fundarse en observaciones efectuadas en años diferentes, porque el proceso de formación, basado en el supuesto de la invariabilidad de los factores no considerados de modo directo, fué esencialmente estático, característica que se reafirma por completo en virtud de esta última transformación, que conduce a la curva de la demanda referida en concreto a cada año ¹⁾.

El *cuadro XI* contiene las ecuaciones de la demanda anual de tabaco en el territorio peninsular y Baleares, en función del precio de dicho artículo, para los años 1922 a 1934, que como más recientes son los que merecen mayor interés. La regresión en que están basadas tales ecuaciones es la establecida entre las observaciones de los mismos trece años.

¹⁾ Véase H. SCHULTZ, *Der Sinn der statistischen Nachfragekurven*. Schroeder, Bonn, 1930, cap. III y VI, págs. 28 a 39 y 77 a 80.

Cuadro XI

CURVAS DE LA DEMANDA TOTAL DE TABACO

1922	$q = 47\ 717,1 - 1\ 489,56 p$
1923	$q = 48\ 677,9 - 1\ 520,77 p$
1924	$q = 48\ 927,3 - 1\ 426,12 p$
1925	$q = 49\ 682,8 - 1\ 420,83 p$
1926	$q = 50\ 612,7 - 1\ 457,81 p$
1927	$q = 51\ 681,6 - 1\ 496,20 p$
1928	$q = 53\ 439,3 - 1\ 601,30 p$
1929	$q = 54\ 366,7 - 1\ 626,74 p$
1930	$q = 54\ 862,8 - 1\ 615,50 p$
1931	$q = 54\ 683,9 - 1\ 585,40 p$
1932	$q = 55\ 471,3 - 1\ 620,15 p$
1933	$q = 56\ 590,2 - 1\ 680,43 p$
1934	$q = 57\ 064,3 - 1\ 684,61 p$

q representa la demanda de tabaco en el territorio peninsular y Baleares durante el año respectivo, expresada en millares de kilogramos.

p representa el precio medio del tabaco en pesetas por kilogramo.

SIGNIFICACIÓN DE ESTOS RESULTADOS *

El consumo total de tabaco en cada año queda, pues, expresado con gran aproximación, en función de su precio medio, según las ecuaciones respectivas que, por tanto, permiten calcular con toda facilidad las variaciones que dicho consumo hubiera experimentado para determinadas alteraciones del precio medio. Así, por ejemplo, en el año 1934 su ecuación indica que para cada peseta de elevación en el precio medio se hubiera producido en el consumo total de tabaco un descenso que se cifra en 1.685 toneladas.

Además, la función de regresión obtenida con las observaciones de los años estudiados permitía extender, con grandes probabilidades de acierto las mismas características a los años subsiguientes, mientras las circunstancias no sufriesen alteración. Más adelante veremos cómo el consumo del año 1935 se ajustó perfectamente a la ley obtenida de los trece años que le precedieron.

UNA PROPIEDAD DE LA FUNCIÓN DE DEMANDA OBTENIDA

Vamos a efectuar ahora un análisis de la función obtenida, que consistirá en separar en dos grupos los datos correspondientes a los veintiocho años observados, llevando a uno de ellos los años en que el precio real se ha elevado respecto al año anterior, y al otro los años en que el precio ha descendido.

Los años del primer grupo son: 1905, 1906, 1908, 1912, 1923, 1926, 1927, 1928, 1929, 1932, 1933 y 1934 (doce años). Los del segundo, los dieciséis años restantes. Así se ha calculado la regresión lineal del consumo respecto al precio, en cada uno de los dos grupos de años, y para evitar que el influjo de la renta diera lugar a distintos coeficientes de regresión respecto a la misma y velara la relación buscada, se ha restado de los valores del consumo el término correspondiente a la renta, según el coeficiente obtenido en nuestro cálculo general.

De este modo se ha encontrado que los coeficientes de regresión del consumo de tabaco respecto a su precio real valen en cada grupo de años

$$b_1 = -0,097347$$

$$b_2 = -0,084962,$$

con los respectivos «standards»

$$\sigma_{b_1} = \pm 0,010761$$

$$\sigma_{b_2} = \pm 0,009094.$$

La diferencia entre los coeficientes

$$b_1 - b_2 = -0,012385$$

es menor que el «standard», de la misma

$$\sigma_{b_1 - b_2} = \pm 0,01408$$

y, por tanto, dicha diferencia carece de significación.

Esto lo interpretamos en el sentido de que la relación del consumo por los movimientos del precio no es diferente al ser medida en los años en que éste se eleva y en los que el precio desciende. La reacción tiene, pues, carácter reversible.

Una sola función y una sola línea son perfectamente representativas de las variaciones del consumo del tabaco según las de su precio. No ocurre lo que con otros elementos de la Economía, en los que la

observación demuestra que los movimientos de alza no se ajustan a la misma ley que los de baja. En tales casos, si después de ocurrir un alza en determinada cuantía sucede una baja en igual medida, no se vuelve al punto anterior porque, según hemos dicho, los efectos de una y otra no son los mismos.

APLICACIÓN DE LOS RESULTADOS AL AÑO 1935

Examinemos ahora cómo se comportan, en relación con las leyes obtenidas, las cifras de consumo en el año 1935, ya que, según dijimos, no pueden considerarse como homogéneas con las de los años anteriores las cifras correspondientes a los posteriores a 1935, y son las de éste las únicas que podemos utilizar como comprobación de nuestro trabajo.

Para efectuar esta comprobación basta llevar a cabo respecto a 1935 las mismas operaciones que se realizaron para los años anteriores ¹⁾. En primer término se determina el importe del consumo de tabaco en 1935. Su detalle, dispuesto ahora verticalmente, para mayor comodidad, es el siguiente :

IMPORTE DEL TABACO CONSUMIDO EN 1935

(2) Labores peninsulares	435 707,9	millares de pesetas.
(3) Labores de comiso	181,2	»
(4) Labores extranjeras en comisión	24 078,9	»
(5) Labores extranjeras de ventas directas	18,1	»
(6) Labores de Canarias	23 582,3	»
(7) Labores importadas por los particulares ²⁾	773,6	»
(8) Total [Suma de (2) a (7)]	484 342,0	»

¹⁾ En la Memoria presentada a la Junta general de accionistas celebrada el 19 de abril de 1936 aparecen los datos necesarios para realizar estas operaciones.

²⁾ El valor de las labores importadas por los particulares, en 1935, se ha calculado así :

(2) Derechos de importación recaudados	351,9	millares de pesetas.
(3) Importe de las labores extranjeras vendidas.	47 679,3	»
(4) Beneficio por las labores extranjeras vendidas	21 689,1	»
(5) Valor correspondiente de las labores importadas por los particulares $(5) = (2) \times \frac{(3)}{(4)}$.	773,6	»

Respecto a la cantidad de tabaco consumido, resulta, bajo los mismos supuestos admitidos para el cálculo general :

CANTIDADES DE TABACO CONSUMIDAS EN 1935 ¹⁾

	Millares de kilogramos
(2) Labores peninsulares	25 058,5
(3) Labores de comiso	10,4
(4) Labores extranjeras en comisión	312,9
(5) Labores extranjeras de ventas directas	0,8
(6) Labores de Canarias	991,9
(7) Labores importadas por los particulares	2,7
(8) Total [Suma de (2) a (7)]	26 377,2

Conocido, pues, el valor y la cantidad del tabaco consumido en 1935, por su cociente determinamos el precio medio, que es de 18,3623 pesetas por kilogramo.

A fin de operar, no con la cantidad total consumida, sino con la media de consumo por habitante, tomamos como población de España peninsular y Baleares, media del año 1935, la cifra de 24.327,5 millares de habitantes ²⁾. El consumo medio de tabaco por habitante es, pues, de 1,0842 kilogramos.

Con objeto de eliminar en el precio la diferencia introducida por la

¹⁾ La cantidad de las labores procedentes de comiso puede calcularse bajo el supuesto de que su precio medio es igual al de las labores peninsulares. Tomando como importe de las ventas de labores extranjeras y de Canarias el que resulta después de deducir los recargos debidos a la reforma de las tarifas de 1932, como se hizo para este año y los dos siguientes, tenemos :

CANTIDADES DE LABORES EXTRANJERAS Y DE CANARIAS CONSUMIDAS EN 1935

	I m p o r t e	P r e c i o m e d i o	C a n t i d a d
	Millares de pesetas	Pesetas por kilogramo	Millares de kilogramos
Labores extranjeras en comisión	23 315,0	74,5	312,9
Idem íd. ventas directas	15,2	19,0	0,8
Idem de Canarias	23 309,6	23,5	991,9

La cantidad a que ascienden las labores importadas por los particulares la tomamos de la Estadística del Comercio exterior de España.

²⁾ Como sería incierto prolongar la extrapolación iniciada sobre la base del censo de 1930, tomamos como población media para 1935 la del año anterior más un incremento igual al supuesto entre 1933 y 1934. Véase la nota a la pág. 283.

variación del valor adquisitivo de la moneda, formamos para 1935, análogamente a lo efectuado para los años precedentes, un índice de precios de artículos de primera necesidad, partiendo de los índices publicados por el Ministerio de Trabajo ¹⁾, que queda cifrado en 1,49770.

El precio medio «real» del tabaco en 1935 es de 12,2603 pesetas por kilogramo.

Para tener en cuenta las variaciones de la renta formamos para 1935 el mismo índice que calculamos para los años anteriores, lo que nos da para este año un valor de 1,55198 ²⁾.

Con la obtención de elementos reseñada hasta ahora poseemos ya todos los necesarios para aplicar a los valores del año 1935 los coeficientes de regresión calculados para los años anteriores, entre la cantidad de tabaco consumida por habitante, el precio medio «real» del tabaco y el índice de renta «real» por habitante.

Con los coeficientes de regresión obtenidos según las observaciones de veintiocho años (1904 a 1918 y 1922 a 1934), cuyos valores puede verse en la página 227, el consumo de tabaco por habitante en 1935 sería de 1,1400 kilogramos, y como el consumo observado en dicho año fué de 1,0842, resulta en la observación una diferencia de — 4,58 % respecto al cálculo. Esta diferencia es, desde luego, mayor que la media de las registradas para los años anteriores en el *cuadro IX* de nuestro estudio, pero no es mayor que todas ellas, puesto que hay dos que la superan y otras tres que son sensiblemente iguales a ella. La desviación media cuadrática es igual a 2,81 %. Por tanto, la de 1935 es 1,63 veces dicho «standard» y, para el número de casos observados, le corresponde una probabilidad igual a 0,115, o sea que su aparición no tiene nada de anormal.

Efectuado el cálculo del consumo de tabaco en 1935 con los coeficientes de regresión obtenidos según las observaciones de trece años (1922 a 1934), cuyos valores figuran en la página 229, resulta un

¹⁾ Resulta así, para 1935 :

(2) Índice de capitales	170,7
(3) Índice de pueblos	183,0
(5) Índice de artículos de primera necesidad	1,736 38
(7) Índice con oscilación atenuada por 0,675 88	1,497 70

²⁾ A este índice se llega así :

(2) Recaudación por ciertos ingresos presupuestarios	1 261,6 millones de pesetas
(3) Índice de renta nacional nominal	2,857 52
(4) Índice de renta nominal por habitante	2,324 40
(5) Índice de renta «real» por habitante	1,551 98

consumo medio de 1,1017 kilogramos por habitante, y como el consumo observado en dicho año fué de 1,0842, aparece en la observación una diferencia de — 1,58 % respecto al cálculo. De los trece valores observados, hay cuatro en que la diferencia con los calculados es mayor que en el año 1935. La diferencia media cuadrática en los trece años observados es el 1.46 %. Por tanto, la del año 1935, igual a 1,58 %, es completamente normal.

Podemos, pues, sacar la conclusión de que el consumo de tabaco en 1935 se ha acomodado perfectamente a las leyes obtenidas según las observaciones efectuadas en los años anteriores. La significación de los resultados de aquella investigación queda, pues, confirmada y acrecentada con las observaciones de un año más de los que se utilizaron en su obtención. Si agregásemos los valores observados en 1935 a las series de los años precedentes y repitiésemos con todos ellos los cálculos llevados a cabo en nuestro trabajo, obtendríamos para los coeficientes de regresión unos valores que apenas diferirían de los que en él figuran.

CAPITULO III

Relación entre el consumo de las clases comunes y el de las clases finas

DIVISIÓN DE LA MERCANCÍA EN DOS CLASES

Hasta ahora se ha llevado a efecto el estudio del mercado del tabaco considerando a éste como una mercancía única, cuyo precio es el medio, obtenido precisamente por cociente de la recaudación total correspondiente a las ventas, dividida por la cantidad de la mercancía vendida.

Un interés, quizá mayor todavía, lo ofrece la consideración del mercado de dos mercancías, y para efectuarla distribuimos en dos grupos las diversas clases de tabaco que se consume. Un grupo lo constituimos con las clases comunes y entrefinas de las labores peninsulares, y lo denominaremos «clases comunes»; el otro lo integran todas las demás labores, o sea las finas y especiales de las peninsulares y todas las extranjeras y de Canarias, y lo llamaremos «clases finas».

CANTIDADES, IMPORTES Y PRECIOS

De los estados de ventas de las labores peninsulares que insertan las Memorias de las Juntas de accionistas de la Arrendataria, tomamos las cantidades vendidas anualmente de lo que hemos llamado «clases comunes», que aparecen en la columna (2) del *cuadro XII*, y restando ordenadamente estos valores de los correspondientes al consumo total, recogidos en la columna (8) del *cuadro II*, obtenemos las cantidades consumidas anualmente de clases finas, con las que se forma la columna (3) de este *cuadro XII*. Los consumos por habitante se recogen en las columnas (4) y (5) del mismo *cuadro*.

Cuadro XII

CANTIDADES CONSUMIDAS DE TABACO
Clases comunes y clases finas, separadamente.

Años (1)	España Peninsular y Baleares		Por habitante	
	Clases comunes (2)	Clases finas (3)	Clases comunes (4)	Clases finas (5)
	Millares de kilogramos	Millares de kilogramos	Kilogramos por habitante	Kilogramos por habitante
1904	12 092,2	5 350,6	0,646 82	0,286 21
1905	11 636,0	5 161,8	0,618 30	0,274 28
1906	12 227,6	5 121,9	0,645 50	0,270 38
1907	12 744,4	4 927,2	0,668 54	0,258 47
1908	13 330,2	5 027,3	0,694 89	0,262 07
1909	13 524,8	4 979,3	0,700 66	0,257 95
1910	13 709,6	5 092,8	0,705 85	0,262 20
1911	14 385,6	3 821,7	0,736 08	0,195 54
1912	13 903,5	4 080,9	0,707 00	0,207 51
1913	14 281,6	4 078,9	0,721 68	0,206 10
1914	14 328,4	3 989,7	0,719 44	0,200 33
1915	13 984,6	4 012,1	0,697 64	0,200 15
1916	14 355,7	4 558,2	0,711 41	0,225 89
1917	14 562,7	5 239,4	0,716 77	0,257 89
1918	14 812,3	6 309,5	0,723 96	0,308 38
1922	15 333,4	9 933,2	0,726 73	0,470 78
1923	15 665,6	10 470,9	0,736 19	0,492 06
1924	16 354,7	10 424,4	0,761 77	0,485 54
1925	18 522,3	8 657,1	0,854 74	0,399 49
1926	20 484,1	7 329,1	0,936 10	0,334 92
1927	20 666,5	7 349,9	0,934 82	0,332 47
1928	20 917,2	7 560,8	0,936 06	0,338 36
1929	20 902,6	7 686,0	0,924 93	0,340 10
1930	21 695,7	7 880,6	0,948 74	0,344 61
1931	21 111,8	8 130,6	0,911 87	0,351 19
1932	19 933,5	6 716,3	0,850 35	0,286 52
1933	20 346,9	5 992,2	0,857 27	0,252 47
1934	20 367,7	6 293,7	0,847 56	0,261 89

Procediendo del mismo modo con las cifras correspondientes a las recaudaciones, se forman las columnas (2) y (3) del *cuadro XIII*, y con los cocientes de éstas divididas por las (2) y (3) del *cuadro XII*, respectivamente, se obtienen los precios medios anuales de las clases comunes y de las finas. Para eliminar el influjo de las variaciones del poder adquisitivo del dinero, se procede lo mismo que en la investigación anterior, o sea que los precios obtenidos, que son nominales, se dividen por los valores respectivos del índice de precios al por menor, formado a base del índice de precios de artículos de primera necesidad, atenuando sus oscilaciones merced al coeficiente 0,675 88. Los precios medios nominales y los reales calculados de esa forma se recogen en las columnas (4) a (7) del *cuadro XIII*.

Cuadro XIII

IMPORTE Y PRECIO MEDIO DEL TABACO CONSUMIDO

Clases comunes y clases finas, separadamente.

Años	Importe		Precio medio		Real	
	Clases comunes	Clases finas	Clases comunes	Clases finas	Clases comunes	Clases finas
	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
(1)	Millares de pesetas	Millares de pesetas	Pesetas por kilogramo	Pesetas por kilogramo	«Pesetas 1913» por kilogramo	«Pesetas 1913» por kilogramo
1904	101 842,2	102 165,8	8,422 1	19,094 3	8,467 9	19,198 2
1905	98 493,8	99 609,2	8,464 6	19,297 4	8,482 0	19,337 0
1906	102 579,4	99 592,2	8,389 2	19,444 4	8,562 5	19,846 1
1907	106 339,2	97 530,5	8,344 0	19,794 3	8,282 8	19,649 1
1908	110 376,8	100 079,2	8,280 2	19,907 1	8,376 4	20,138 3
1909	110 583,2	98 789,6	8,176 3	19,840 1	8,345 2	20,250 0
1910	110 525,1	101 901,2	8,061 9	20,008 9	8,211 8	20,380 9
1911	116 469,8	86 623,3	8,096 3	22,666 2	8,185 9	22,917 1
1912	123 000,8	94 694,6	8,846 8	23,204 3	8,968 9	23,524 5
1913	126 764,7	94 644,3	8,876 1	23,203 4	8,876,1	23,203 4
1914	126 938,9	93 143,9	8,859 3	23,346 1	8,616 3	22,705 8
1915	124 526,7	93 805,4	8,904 6	23,380 6	8,265 6	21,702 8
1916	128 764,6	105 778,3	8,969 6	23,206 2	7,939 5	20,541 2
1917	130 664,5	121 648,7	8,972 5	23,218 1	7,088 6	18,343 1
1918	133 595,5	145 812,0	9,019 2	23,109 9	6,171 0	15,812 0
1922	140 181,3	246 266,2	9,142 2	24,792 2	6,093 4	16,524 3
1923	148 870,4	251 928,2	9,503 0	24,059 8	6,411 8	16,233 5
1924	163 090,5	253 685,0	9,972 1	24,335 7	6,253 7	15,261 4
1925	190 323,8	227 960,1	10,275 4	26,332 2	6,360 5	16,299 8
1926	214 049,9	214 795,1	10,449 6	29,307 2	6,572 3	18,432 9
1927	217 676,5	219 359,8	10,532 8	29,845 3	6,730 0	19,069 7
1928	221 541,3	225 649,7	10,591 3	29,844 7	7,165 4	20,191 0
1929	223 899,1	231 147,1	10,711 5	30,073 8	7,279 4	20,437 7
1930	233 438,7	239 212,0	10,759 7	30,354 5	7,176 2	20,245 0
1931	227 484,9	243 499,7	10,775 2	29,948 6	6,966 1	19,361 5
1932	238 245,7	226 183,6	11,952 0	33,676 8	7,798 8	21,974 5
1933	256 517,6	213 756,1	12,607 2	35,672 4	8,427 0	23,844 5
1934	260 289,5	220 501,2	12,779 5	35,035 2	8,457 8	23,187 2

CÁLCULO DE LA REGRESIÓN MÚLTIPLE

Con estos elementos se puede ya calcular la regresión múltiple lineal entre los consumos anuales, por habitante, de tabaco de clases comunes y de clases finas, respecto de los precios reales respectivos y al índice de renta real por habitante.

Las regresiones se establecen según las fórmulas:

$$u = a + b \cdot p_u + c \cdot p_v + d \cdot r$$

$$v = a' + b' \cdot p_u + c' \cdot p_v + d' \cdot r,$$

en las que

- u es el consumo anual medio de tabaco de las clases comunes, expresados en kilogramos por habitante;
- v el consumo anual medio de tabaco de clases finas, expresado en kilogramos por habitante;
- p_u el precio real medio de las clases comunes, expresado en «pesetas de 1913» por kilogramo, en cada año;
- p_v el precio real medio de las clases finas, expresado en «pesetas de 1913» por kilogramo, en cada año;
- r el índice de renta real por habitante al año.

Al establecer, en el estudio general, las regresiones del consumo de tabaco, considerado como mercancía única, tuvimos que prescindir de los datos referentes a los años 1919, 1920 y 1921, porque en ellos el mercado no estuvo suficientemente abastecido y, por tanto, no se daban las condiciones de libertad que entraban en los supuestos generales. Ahora, al llevar a cabo los cálculos de las regresiones de los consumos de las clases comunes y las clases finas, separadamente, hay que tener en cuenta que en los años 1922, 1923, 1924, y aun también en el 1925, no fué suficiente el abastecimiento de tabaco de las labores peninsulares, y por eso hubo de recurrirse a un consumo de labores extranjeras muy superior a lo normal (véase el *cuadro I*, columna (5)). Como todas las labores extranjeras entran en nuestro grupo de «clases finas», en los años mencionados no existía tampoco en el consumidor la libertad de elección que figura en las hipótesis del estudio. En consecuencia, hemos prescindido, en el cálculo de las regresiones,

de los valores de los años 1922, 1923 y 1924, y se ha operado con los veinticinco años restantes, 1904 a 1918 y 1925 a 1934 ¹⁾).

Por el método de mínimos cuadrados se han obtenido los valores siguientes para los coeficientes de regresión y sus respectivos «standards» :

$a =$	0,851 189	$\sigma_b =$	$\pm 0,009 616$
$b =$	-0,094 383	$\sigma_a =$	$\pm 0,003 632$
$c =$	0,020 550	$\sigma_d =$	$\pm 0,017 316$
$d =$	0,223 210	$\sigma_{b'} =$	$\pm 0,004 815$
$a' =$	0,516 587	$\sigma_{c'} =$	$\pm 0,001 819$
$b' =$	0,016 752	$\sigma_{d'} =$	$\pm 0,008 671$
$c' =$	-0,026 673		
$d' =$	0,158 235		

Como vemos, por la comparación de los coeficientes de regresión con sus «standards», la significación de aquéllos está fuera de toda duda, cosa interesantísima, pues a resultado tan satisfactorio no se llega en las investigaciones análogas que conocemos.

En el *cuadro XIV* se comparan con los observados los valores calculados según esta regresión, y así puede verse que en los años 1922, 1923 y 1924, no tenidos en cuenta para la misma, como anormales, las diferencias son destacadamente mayores que en los demás.

COMPROBACIONES

Uno de los puntos que ofrecen mayor interés para la investigación es la comprobación de las relaciones que pueden existir entre los expresados coeficiente de regresión. La llamada «condición de Hottelling» ²⁾ expresa

$$\frac{\partial u}{\partial p_v} = \frac{\partial v}{\partial p_u}$$

que para la forma dada a nuestras funciones de demanda es tanto como

$$c = b'.$$

¹⁾ Los valores respectivos de observación son los siguientes:

valores de u	cuadro XII	columna (4)
» v	» XII	» (5)
» p_v	» XIII	» (6)
» p_u	» XIII	» (7)
» r	» D, I	» (5)

²⁾ H. SCHULTZ, «Interrelations of demand». *Journal of Political Economy*, agosto, 1933.

Cuadro XIV

REGRESION ENTRE EL CONSUMO DE TABACO, EL PRECIO MEDIO Y EL INDICE DE RENTA REAL

Clases comunes y clases finas, separadamente.

Observaciones de 25 años (1904-18 y 1925-34)

Años (1)	Consumo de clases comunes		Exceso del observado sobre el calculado (4) Por ciento	Consumo de clases finas		Exceso del observado sobre el calculado (7) Por ciento
	Calculado (2) Kilogramos por habitante	Observado (3) Kilogramos por habitante		Calculado (5) Kilogramos por habitante	Observado (6) Kilogramos por habitante	
1904	0,637 94	0,646 82	1,39	0,282 09	0,286 21	1,46
1905	0,637 77	0,618 30	-3,05	0,277 43	0,274 28	-1,14
1906	0,649 05	0,645 50	-0,55	0,271 16	0,270 38	0,29
1907	0,670 10	0,668 54	-0,23	0,275 60	0,258 47	-6,22
1908	0,673 92	0,694 89	3,11	0,261 18	0,262 07	0,34
1909	0,678 44	0,700 66	3,25	0,257 16	0,257 95	0,31
1910	0,697 65	0,705 85	1,17	0,254 21	0,262 20	3,15
1911	0,751 54	0,736 08	-2,05	0,185 66	0,195 54	5,32
1912	0,694 38	0,707 00	1,82	0,185 61	0,207 51	11,80
1913	0,713 48	0,721 68	1,15	0,204 62	0,206 10	0,72
1914	0,707 90	0,719 44	1,63	0,199 45	0,200 33	0,44
1915	0,703 63	0,697 64	-0,85	0,208 45	0,200 15	-3,99
1916	0,712 42	0,711 41	-0,14	0,235 30	0,225 89	-4,00
1917	0,731 06	0,716 77	-1,95	0,267 98	0,257 89	-3,77
1918	0,755 33	0,723 96	-4,15	0,312 80	0,308 38	-1,41
1922	0,865 24	0,726 73	-16,00 *	0,354 86	0,470 78	32,70 *
1923	0,847 37	0,736 19	-13,13 *	0,380 81	0,492 06	29,30 *
1924	0,836 28	0,761 77	-8,92 *	0,399 82	0,485 54	21,42 *
1925	0,857 14	0,854 74	-0,28	0,380 71	0,399 49	4,94
1926	0,895 12	0,936 10	4,57	0,337 38	0,334 92	-0,73
1927	0,910 64	0,934 83	2,66	0,335 32	0,332 47	-0,85
1928	0,930 07	0,936 06	0,65	0,339 27	0,338 36	-0,27
1929	0,934 31	0,924 93	-1,00	0,341 64	0,340 10	0,45
1930	0,935 49	0,948 74	1,42	0,341 79	0,344 61	0,83
1931	0,911 23	0,911 87	0,07	0,343 44	0,351 19	2,26
1932	0,889 44	0,850 35	-5,51	0,289 90	0,286 52	-1,16
1933	0,881 07	0,857 27	-2,70	0,259 41	0,252 47	-2,68
1934	0,857 90	0,847 56	-1,21	0,272 66	0,261 89	-3,95

Los valores que acabamos de obtener para estos coeficientes se aproximan mucho a dicha condición, de la que están muy distantes los resultados a que se ha llegado en caracterizadas investigaciones. Es más, dada la significación estadística de los valores calculados, la conclusión que se obtiene es que la condición de Hotelling queda cumplida. En efecto, la diferencia entre los coeficientes es

$$c - b' = 0,003\ 798 ;$$

pero el «standard» de esta diferencia, calculado según los «standards» de sus términos, es

$$\sigma_{c-b'} = \pm 0,006\ 031$$

y, por tanto, la diferencia carece de significación, es decir, que ambos valores podrían con gran probabilidad haber sido sacados de un mismo conjunto.

La condición de Hottelling es una simplificación de otra condición más general, propuesta por SLUTSKY ¹⁾ y que se expresa como

$$\frac{\partial u}{\partial p_v} + v \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial v}{\partial p_u} + u \frac{\partial v}{\partial r}$$

de la que se deriva la de HOTTELLING, al considerar iguales entre sí los segundos términos de ambos miembros ²⁾.

En nuestro estudio, los valores tomados para la renta son meros índices, o sea que carecen de significación absoluta. Por eso no puede comprobarse directamente esta condición.

Para dar a los índices de renta utilizados una significación absoluta, que expresase la renta real anual por habitante, habría que multiplicarlos por un coeficiente que sería, aproximadamente, igual a 600. Para la forma de nuestras funciones de demanda, las derivadas $\frac{\partial u}{\partial r}$ y $\frac{\partial v}{\partial r}$ son iguales, respectivamente, a los coeficientes de regresión d y d' . Si, para darles valor absoluto, multiplicamos las cifras de la variable r , utilizadas en la regresión, por el coeficiente 600, el valor correspondiente de los coeficientes de regresión vendrá dividido por el mismo coeficiente, y, entonces, los segundos términos de la condi-

¹⁾ E. SLUTSKY, «Sulla teoria del bilancio del consumatore», *Giornale degli Economisti*, julio, 1915.

²⁾ Esto supone que el efecto-renta de un cambio en el precio es igual para las dos mercancías, o bien que es despreciable al lado del efecto de sustitución. Véase la ecuación (9) del *Apéndice A*.

ción de SLUTSKY resultan despreciables respecto a los primeros. Por tanto, nuestra investigación también satisface a esta exigencia teórica.

CAPITULO IV

El equilibrio del monopolio

EL PUNTO DE RECAUDACIÓN MÁXIMA

La determinación teórica del punto de equilibrio de un monopolio suele efectuarse bajo el supuesto de que desea obtenerse de éste el rendimiento máximo. Como finalidad de nuestro trabajo, consignada en sus páginas iniciales, vamos a determinar las características anuales correspondientes a tal posición de equilibrio teórico en el Monopolio español de tabacos, que podrán servir de referencia para juzgar de las condiciones en que se ha desenvuelto la Renta en la realidad.

Empezaremos por estudiar el punto de máxima recaudación o ingresos brutos que, como es sabido, se caracteriza por la propiedad de que en él los ingresos marginales se anulan, por pasar de positivos a negativos. Si q representa el consumo, p el precio e i los ingresos brutos, éstos vendrán expresados por

$$i = pq.$$

El máximo de ingresos brutos se obtendrá de la ecuación

$$0 = \frac{di}{dq} = p + q \frac{dp}{dq}.$$

Conocida la función de demanda, que liga p y q , a la que en nuestra investigación hemos dado la forma

$$q = A + Bp,$$

podemos introducirla en la ecuación anterior, para determinar el punto de recaudación máxima, y como deseamos conocerlo en función de p , es decir, qué valor de p (que llamaremos p_0) hace i máximo, tendremos

$$0 = p_0 + (A + Bp_0) \frac{1}{\frac{dq}{dp}} = p_0 + (A + Bp_0) \frac{1}{B} = 2p_0 + \frac{A}{B}$$

de donde se obtiene

$$p_0 = - \frac{A}{2B} .$$

Este valor es bien conocido para el caso supuesto de curva de demanda en forma rectilínea, pues el máximo de recaudación corresponde al punto medio del segmento de la recta de demanda comprendido en el primer cuadrante, o sea el punto cuyas coordenadas son iguales, respectivamente, a la mitad de la abscisa y de la ordenada en el origen.

$$\text{Si} \quad \left(\frac{d^2 i}{d q^2} \right)_{p=p_0} < 0 ,$$

dicho punto es indudablemente un máximo, y así ocurre siempre para la curva de demanda en forma rectilínea y con el coeficiente de p negativo, pues los ingresos brutos revisten la forma de una parábola de segundo grado

$$i = p q = \frac{q^2 - A q}{B} ,$$

cuya segunda derivada, $\frac{d^2 i}{d q^2}$, tiene forzosamente el mismo signo que B , o sea negativo en nuestro caso.

La consideración de que el punto de recaudación máxima corresponde al de la curva de demanda en que la elasticidad de ésta es igual a la unidad, nos confirma la anterior determinación, puesto que, para la demanda rectilínea, el punto medio de su segmento del primer cuadrante es el que tiene elasticidad igual a uno.

EL PUNTO DE RENDIMIENTO MÁXIMO

Para determinar el punto de rendimiento máximo basta aplicar la propiedad de que en el mismo los ingresos brutos marginales deben ser iguales a los costes marginales, o, con otras palabras, que la derivada de la función que expresa los ingresos brutos ha de tener el mismo valor que la derivada de la función del coste total, tomadas ambas respecto a la cantidad expendida.

El conocimiento de la derivada de los costes totales, o sea el coste marginal, se obtiene mediante la distinción usual entre costes constantes y variables, y el supuesto, admitido en términos generales, de la proporcionalidad de estos últimos. En tales condiciones el coste mar-

ginal es constante e igual al coeficiente de los costes variables, es decir que equivale al coste variable por unidad de producto. Si representamos por c dicho coste variable unitario, el rendimiento máximo del monopolio queda determinado por la ecuación que resulta al igualar la expresión, anteriormente obtenida, de $\frac{d i}{d q}$, a c , en lugar de hacerlo a cero, como en el caso precedente. Llamando p_m al precio que proporciona el rendimiento máximo, tendremos

$$2 p_m + \frac{A}{B} = c$$

de la que se deduce

$$p_m = - \frac{A}{2B} + \frac{c}{2}$$

Esta expresión puede ponerse bajo la forma

$$p_m = p_o + \frac{c}{2}$$

que relaciona el precio de rendimiento máximo con el de máxima recaudación, y pone también de relieve, como no podía menos de ocurrir, que ambos puntos se confunden en uno mismo cuando se anula el coste marginal del producto, o sea cuando el coste total es constante, es decir, independiente de la cantidad.

En términos de la elasticidad de la demanda, es sabido ¹⁾ que el precio que da el rendimiento máximo viene dado por la fórmula

$$p_m = c \frac{\eta_m}{\eta_m - 1}$$

donde η_m representa la elasticidad de la demanda de dicho punto. De esta fórmula se obtiene fácilmente

$$\eta_m = \frac{p_m}{p_m - c}$$

y sustituyendo en lugar de p_m su expresión, anteriormente encontrada, en función de los coeficientes de la curva de demanda, se obtiene

$$\eta_m = \frac{- \frac{A}{B} + c}{- \frac{A}{B} - c}$$

¹⁾ JOAN ROBINSON, *The Economics of Imperfect Competition*, Macmillan, Londres, 1934, pág. 54.

que nos permite calcular el valor de elasticidad de la demanda en el punto de rendimiento máximo, conociendo los coeficientes de la función de demanda y el coste marginal respectivo, que bajo nuestros supuestos es el coste variable unitario.

LOS COSTES VARIABLES DE LAS LABORES

Conocidos los coeficientes A y B de la curva de demanda en cada año, que entran en la expresión del precio que da el rendimiento máximo, para la determinación de este precio, nos falta por conocer únicamente el término c , o sea el coste variable unitario del tabaco. Hemos obtenido el valor de c en cada año mediante la suma de todos los costes variables de las labores consumidas durante el mismo, dividida por la cantidad de dichas labores. Como costes variables han sido considerados no sólo los que figuran en los estados de liquidación de la Renta bajo la denominación «costo de las labores vendidas», sino también aquellas partidas de los gastos generales de administración que tienen marcadamente el carácter de variables según las cantidades producidas, y que son las siguientes: premios de expendición; conducciones; por pérdidas en labores; gastos de accidentes del trabajo, y seguros contra incendios de primeras materias y transportes. Estimamos legítimo el supuesto de la proporcionalidad de todos estos costes variables, pues así se desprende de la propia naturaleza de los conceptos enumerados, y sin duda en la realidad se acomodan con bastante aproximación a esta ley, salvo pequeñas desviaciones, que no pueden introducir errores de importancia, debidas al empleo de la mano de obra, por consideraciones de política social, o a cuestiones administrativas o de organización técnicoindustrial, en cuyo examen no podríamos entrar sino a costa de rebasar los límites de este trabajo.

Como las curvas de demanda que hemos obtenido se refieren a la demanda total de tabaco, con inclusión del importado directamente por los particulares, debemos igualmente tener en cuenta estas labores para el cálculo de los costes, y por ello se ha sumado a los gastos variables el costo de estas labores, computado restando del valor calculado para las mismas, que entró a formar parte del importe total del tabaco consumido, el beneficio que su importación produce a la Renta, en forma de los antiguos derechos de regalía y las comisiones sobre ellos. La intervención ejercida por el Monopolio en las importaciones efectuadas por los particulares, y el propósito, mantenido constantemente por la Administración, de que no produzcan a la Renta un beneficio infe-

rior al de las ventas de labores en comisión, justifica la inclusión de estas labores en nuestra determinación del punto de equilibrio del Monopolio, toda vez que se encuentran bajo la regulación del mismo.

Las sumas de costes variables de las labores, obtenidas según acabamos de exponer, han sido incluídas, después de sufrir las transformaciones conducentes al paso de los ejercicios económicos a años naturales, en la columna (2) del *cuadro XV*.

Para determinar los costes variables unitarios han de ser divididas las sumas que acabamos de formar por las cantidades de tabaco a que se refieren. Estas son todas las labores consumidas en el territorio peninsular y Baleares durante el año respectivo, más las ventas efectuadas en Ceuta, Melilla y Canarias y las pequeñas exportaciones al extranjero. Hemos procedido de esta forma porque no es posible separar en el total de costes variables los que corresponden a las ventas efectuadas por el Monopolio fuera de la zona comprendida en nuestro estudio. En consecuencia, los términos de la columna (8) del *cuadro II* han sido incrementados con las cantidades vendidas por el Monopolio fuera del territorio peninsular y Baleares, y las sumas forman la columna (3) del *cuadro XV*, que, utilizadas como divisor de las com-

Cuadro XV
COSTES VARIABLES DE LAS LABORES

Años	Total de los costes variables de las labores consumidas y exportadas (2)	Cantidad de labores consumidas y exportadas (3)	Costes variables (proporcionales) de las labores (4) = $\frac{(2)}{(3)}$
(1)	Millares de pesetas	Millares de kilogramos	Pesetas por kilogramo
1922	136 308,4	25 307,2	5,386 2
1923	138 020,8	26 325,8	5,242 8
1924	135 062,5	27 001,0	5,002 1
1925	133 588,8	27 393,5	4,873 0
1926	136 274,3	27 990,6	4,868 6
1927	136 796,8	28 462,3	4,806 2
1928	135 370,4	28 478,0	4,753 5
1929	135 931,3	28 588,6	4,574 7
1930	141 296,6	29 576,3	4,777 4
1931	145 814,9	29 251,0	4,985 0
1932	129 608 2	26 654,3	4,862 6
1933	128 074,0	26 339,1	4,862 5
1934	132 603,0	26 661,4	4,973 6

prendidas en la columna anterior, dan como resultado los costes variables unitarios, o sea los valores de c para cada año, que se reúnen en la columna (4).

COMPARACIÓN ENTRE LAS CONDICIONES DEL MONOPOLIO EN LA REALIDAD Y LAS DE MÁXIMO RENDIMIENTO

Poseídos los elementos necesarios para su determinación, en la columna (4) del *cuadro XVI* se incluyen los valores del precio medio del tabaco que daría el rendimiento máximo del Monopolio en cada uno de los años 1922 a 1934.

Es fácil ver que los puntos de equilibrio no se hallan muy separados de algunas de las observaciones utilizadas para el establecimiento de la función de regresión, y, en consecuencia, estimamos perfectamente admisible la prolongación, hasta el punto de equilibrio, de la forma rectilínea de la curva de demanda, pues de no acusarse en aquélla un cambio brusco de dirección, los posibles errores han de carecer de importancia, dada la corta dimensión del tramo prolongado. En las *figuras 3 y 4* aparece representada gráficamente la determinación del punto de equilibrio en los años 1925 y 1934, respectivamente.

Con objeto de facilitar la comparación entre las características anuales presentadas por el Monopolio en la realidad y las correspondientes al máximo rendimiento, en el *cuadro XVI* reunimos los precios observados (columna (2)) y los que, según el cálculo, hubieran proporcionado el máximo de ingresos brutos (3) o el máximo de producto líquido (4).

Según muestran dichas cifras, el precio de las labores no sólo se ha mantenido durante todo el período de 1922 a 1934 por bajo del que hubiera proporcionado el máximo rendimiento, sino que en los años 1922 a 1931 no alcanzó siquiera el correspondiente al máximo de ingresos brutos. La misma consecuencia se obtiene al considerar las cifras correspondientes a la elasticidad de la demanda para los precios observados, que reunimos en la columna (5) del mismo *cuadro XVI*, y que en los años 1922 a 1931 tienen un valor inferior a la unidad. La columna (6) del mismo *cuadro* contiene las cifras de la elasticidad de la demanda en el punto de rendimiento máximo del Monopolio, según la fórmula anteriormente deducida para η_m , todas ellas mayores que las referentes al precio observado, incluso después de la elevación de tarifas puesta en vigor en 1932, si bien en estos años la diferencia es mucho menor que en los anteriores.